Министерство народного образования БССР

МИНСКИЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра автоматики и телемеханики

# ПРОГРАММА, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по курсу "Математические основы теории систем" для студентов специальности "Автоматика и управление в технических системах" заочной формы обучения

Минск 1991

УДК 519.6

Приведена рабочая программа курса "Математические основы теории систем", составленная на основании программы, утвержденной Учебно-методическим управлением по высшему образованию Минобразования СССР от 25 октября 1990г., индекс УМУ 21.01.23.89. Даны методические указания по изучению курса, представлены варианты заданий на контрольные работы. Обращается особое внимание на прикладные и вычислительные аспекты математических методов.

Ил. 4, табл. 6, список лит. - 12 назв.

Составители: А.В.Павлова,
В.В.Соколов

# I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Решение задач интенсификации народного хозяйства страны, перевооружение промышленности на базе достижений научно-технического прогресса требуют широкого применения сложных технических систем, основанных на использовании современной вычислительной техники, микроэлектроники, робототехники и других средств автоматизации. Важную роль в исследованиях, проектировании и эксплуатации подобных систем, в автоматизации процессов их функционирования играют математические методы описания и исследования.

Цель преподавания дисциплины - продолжить и углубить математическую подготовку студентов, формируя систему знаний, необходимых в качестве общего фундамента профилирующих дисциплин специальности.

Предметом изучения дисциплины являются математические модели систем и основы методов их исследования. В результате изучения дисциплины студент должен знать:

математические модели взаимодействующих объектов различной природы, сигналов и воздействий, линейных непрерывных систем, логических и функциональных преобразований;

теоретико-множественные, алгебраические, логические, вероятностные и другие аналитические средства описания систем;

математические методы исследований различных моделей;

основы теории случайных процессов в линейных непрерывных системах;

методы конечномерной оптимизации, алгоритмы численной оптимизации, элементы теории линейного и нелинейного программирования.

На основе усвоенных знаний студент должен уметь применять различные математические модели процессов, сигналов и систем и выполнять их исследования.

Изучение настоящей дисциплины опирается главным образом на курс "Высшая математика". Используются также дополнительные знания по линейной алгебре, теории дифференциальных уравнений и теории матриц из курса "Программирование и вычислительные методы" и опыт построения и исследования математических моделей, приобретений в курсах "Физика", "Теоретическая механика" и "Теоретические основы электротехники".

Материалы дисциплины используются далее при изучении курсов специальности и специализаций: "Теория автоматического управления", "Оптимальные и адаптивные системы", "Моделирование и идентификация объектов управления", "Модели объектов и алгоритмы систем управления ГАП" и др. Полученные навыки расчета реакции системы на детерминированные и случайные воздействия, построения весовых и передаточных функций систем, их анализа, решения задач на графах, расчета логических схем и т.д. применяются далее при выполнении лабораторных работ, практических занятий, самостоятельных исследований, а также в курсовом и дипломном проектировании.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем курса - 51 час

### 1. Введение (2 часа)

Предмет изучения. Цель преподавания курса, его связь с другими дисциплинами специальности. Содержательное определение системы. Элементы системы и их взаимодействие. Классификация систем. Элементы теоретико-множественного подхода. Методы математического описания систем.

### 2. Основы теории сигналов (10 часов)

Общие понятия. Классификация сигналов. Математические модели детерминированных сигналов. Временные и частотные области представления и анализа сигналов. Энергетические характеристики.

Разложение произвольного сигнала по заданной системе базисных функций. Гармонический анализ периодических сигналов, спектры периодических сигналов. Распределение мощности в спектре периодического сигнала. Гармонический анализ непериодических сигналов. Распределение энергии в спектре непериодического сигнала. Некоторые свойства преобразования Фурье. Корреляционный анализ детерминированных сигналов. Представление сигналов с ограниченной частотной полосой в виде ряда Котельникова.

Понятие об амплитудно-модулированных сигналах. Частотный спектр амплитудно-модулированного сигнала. Угловая модуляция. Фаза и мгновенная частота сигнала. Спектр колебания при угловой модуляции, общие соотношения.

Случайные процессы. Вероятностные характеристики. Стационарные случайные процессы. Элементы корреляционной теории. Спектральные характеристики. Соотношение между энергетическим спектром и корреляционной функцией случайного процесса.

3. Основы теории линейных непрерывных систем (10 часов)

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Аналитическое представление решения. Линеаризация нелинейных систем. Уравнения в вариациях. Применение преобразования Лапласа для исследования линейных стационарных систем. Передаточные функции и структурные схемы. Временные характеристики. Частотные характеристики. Построение логарифмических частотных характеристик. Понятие устойчивости. Критерий Гурвица.

Статистические методы исследования линейных систем. Прохождение стационарных случайных сигналов через линейные динамические звенья.

4. Элементы теории графов и ее приложения (8 часов)

Графы. Основные понятия и определения. Способы задания ориентированных и неориентированных графов. Типы конечных графов. Задача о кратчайшем пути связного неориентированного графа. Сигнальные (взвешенные) графы. Правила преобразования сигнальных графов. Представление структурных схем в виде графов. Правило Мэзона.

Сети Петри. Основные определения, способы задания. Маркировка сетей Петри. Свойства сетей Петри. Условия запуска перехода. Дерево достижимости. Матричные уравнения. Расширения сетей Петри. Примеры использования сетей Петри для моделирования процессов.

5. Элементы математической логики и теории автоматов (9 часов)

Алгебра высказываний и логические функции. Законы и тождества алгебры логики. Нормальные дизъюнктивные и конъюнктивные формы. Методы минимизации логических функций. Синтез комбинационных схем.

Автоматы. Конечные и цифровые автоматы. Функции переходов и выходов, описание с помощью таблиц и графов. Методы синтеза конечных автоматов. Анализ процессов в конечных автоматах.

6. Методы оптимизации в теории систем (12 часов)

Постановка и классификация задач оптимизации. Критерии оптимальности. Задачи математического программирования и их классификация. Гладкие, выпуклые, унимодальные функции. Локальный и глобальный экстремумы.

Методы поиска экстремума для функций одной переменной. Метод Фибоначчи, золотого сечения, Ньютона-Рафсона, метод хорд, методы полиномиальной аппроксимации. Методы поиска экстремума для функций $n$ переменных. Метод покординатной оптимизации, метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона-Рафсона, метод сопряженных направлений (Флетчера-Ривса), метод переменной метрики (Дэвидона-Флетчера-Пауэлла). Обобщенный градиентный алгоритм.

Оптимизация при наличии ограничений. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Задача квадратичного программирования. Метод штрафных функций.

Задачи и методы линейного программирования. Постановка задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. Симплекс-метод.

Методы линеаризации для задач условной оптимизации. Метод отсекающих плоскостей. Алгоритм Келли. Метод линейных комбинаций. Алгоритм Франка-Вульфа. Сепарабельное программирование.

## Литература


1. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики.-М.: Энергоатомиздат, 1987.-496 с.

2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы.-М.: Сов.радио, 1986.-607 с.

3. Путков В.Н., Абросов И.И., Бекетов С.В. Электронные вычислительные устройства.-Мн.: Вышэйшая школа, 1981.-374 с.

4. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем.-М.: Мир, 1984.-264 с.

5. Райниш К. Кибернетические основы и описание непрерывных систем.-М.: Энергия, 1978.-456 с.

6. Математические основы теории автоматического управления /Под ред. В.К.Чемоданова. Т. I,2.-М.: Высш.школа, 1977.-573 с.

7. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ.-М.: Радио и связь,-1988.-128 с.

8. Банди Б. Основы линейного программирования: Пер. с англ.-М.: Радио и связь, 1989.-176 с.

9. Карманов В.Г. Математическое программирование.-М.: Наука, 1980.-256 с.

10. Соколов В.В., Павлова А.В. Методическое пособие по курсу "Основы кибернетики" для студентов специальности "Автоматика и телемеханика". Ч.II. Графы. Автоматы.-Мн.: МРТИ, 1986.

11. Методические указания по курсу "Основы кибернетики" для студентов специальности "Автоматика и телемеханика". Ч.Ш. Основы теории сигналов /Составители А.В.Павлова, В.В.Соколов.-Мн.: МРТИ, 1987.

12. Макаров И.М., Менский Б.М. Линейные автоматические системы. Учебное пособие для вузов.-М.: Машиностроение, 1977.-464 с.

## Методические указания

В курсе "Математические основы теории систем" изучаются математические модели сигналов и воздействий, общие математические модели систем и устройств, а также методы исследования и оптимизации моделей. При изучении курса целесообразно составлять конспект, отражающий проработку теоретического материала и решенные примеры и задачи. Завершающим этапом изучения соответствующих разделов является выполнение контрольного задания.

Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных заданий и курсовой работы. Изучение курса завершается сдачей экзамена.

Очные занятия предполагается проводить по наиболее важным и трудным разделам программы.

| № пп | Тема | Лекции | Практические занятия |
|---|---|---|---|
| | | количество часов | |
| I. | Вводная лекция | 2 | - |
| 2. | Основы теории сигналов | 2 | 2 |
| 3. | Методы анализа линейных непрерывных систем | 2 | 4 |
| 4. | Методы синтеза конечных автоматов | 2 | 2 |
| 5. | Методы оптимизации | 2 | 4 |
| | ИТОГО | I0 | I2 |

Введение

/I/, с.5-I7, /5/, с.9-23

Слово СИСТЕМА происходит от греческого понятия "составленное" и объясняется как совокупность элементов, объединенных таким образом, что они образуют единое целое, функционируют согласованно и подчинены определенной форме управления. Современные сложные технические системы широко используют средства вычислительной техники, микроэлектронику, робототехнику и т.д. Важную роль в исследованиях, проектировании и эксплуатации подобных систем играют математические методы описания и исследования.

Изучение курса должно способствовать подготовке высококвалифицированного специалиста, умеющего применять современные методы анализа и синтеза систем при их проектировании и внедрении.

Вопросы для самопроверки

I. Что понимается под математической моделью системы?

2. Дать определение структуры системы.

3. Охарактеризовать причинно-следственные связи процессов в системе. Входные и выходные величины. Переменные состояния.

4. Какие классы систем известны?

## 2. Основы теории сигналов

/2/, с.16-71, 109-126; /11/, с.3-29

Несмотря на большое многообразие сигналов в природе, число их математических моделей сравнительно невелико. В результате изучения данной темы необходимо четко представлять классификацию сигналов, типы математических моделей и приобрести навыки представления сигналов с помощью систем элементарных и ортогональных функций.

Важно уяснить понятие спектра сигналоа, смысл теоремы Котельникова, устанавливающей условия эквивалентности непрерывного и дискретного сигналов.

В системах автоматического управления очень часто не только возмущающие воздействия, но и полезный сигнал могут содержать случайную составляющую. Часто случайные функции имеют весьма сложную природу и их свойства могут быть охарактеризованы $n$ -мерными законами распределения. Однако в большинстве практических задач можно ограничиться менее полными характеристиками случайных функций: математическим ожиданием, дисперсией, корреляционной функцией и спектральной плотностью. Изучению этих характеристик и уяснению их физического смысла следует уделить особое внимание. Следует обратить внимание на особенности стационарных случайных процессов и правила преобразования случайных процессов.

Вопросы для самопроверки

1. Дать классификацию сигналов.
2. Перечислить энергэтические характеристики сигналов.
3. Что такое спектр сигнала?
4. Чем отличаются спектр периодического и непериодического сигналов?
5. Для периодического сигнала $f(t)=|\cos \omega t|$, $t\in(-\infty,\infty)$ найти ряд Фурье. Построить на графике спектр амплитуд.
6. Найти спектральную плотность прямоугольного импульса

$$f(t)=\begin{cases} A, & t\in[-\tau,\tau], \\ 0, & t\notin[-\tau,\tau]. \end{cases}$$

Построить амплитудную и фазовую частотные характеристики сигнала. Найти энергию сигнала.

7. Дать формулировку теоремы Котельникова, пояснить ее физическую сущность.

8. Что называется случайной функцией и каковы ее особенности? Как можно охарактеризовать случайную функцию?

9. Привести определения математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции, спектральной плотности.

10. Каковы особенности стационарного случайного процесса?

11. В чем смысл эргодической гипотезы?

12. Назовите свойства корреляционной функции и укажите способы ее определения.

13. Каков физический смысл спектральной плотности?

14. Какова связь между срединим значением квадрата случайной функции и корреляционной функцией?

15. Корреляционная функция случайного процесса $x(t)$ задана формулой $K_x(\tau)=De^{-\alpha|\tau|}$, $\alpha>0$. Найти спектральную плотность $S_x(j\omega)$. Исследовать, как будет вести себя корреляционная функция и спектральная плотность при изменении $\alpha$.

16. Доказать, что корреляционная функция не изменится от добавления к случайной функции любой неслучайной функции.

## 3. Основы теории линейных непрерывных систем

/5/, с.269-355; /6/, с. 125-300 ; /12/, с.23-41, 112-150, 174-186, 205-210

При изучении раздела необходимо ознакомиться с основными сведениями о линейных непрерывных системах автоматического регулирования. Эти сведения являются базой для изучения курса "Теория автоматического управления" и будут использованы в дальнейшем при курсовом и дипломном проектировании, в инженерной практике. Следует обратить особое внимание на временные и частотные характеристики систем, на способы их построения и физический смысл.

### Вопросы для самопроверки

1. Как осуществляется линеаризация нелинейных уравнений?

2. Дать определение передаточной функции системы, переходной и импульсной переходной характеристике.

3. По заданному дифференциальному уравнению

$$\dddot{y} + 5\ddot{y} + 7\dot{y} + 3y = 2\ddot{u} + 4\dot{u} + 8u$$

записать передаточную функцию системы. Найти характеристическое уравнение и определить устойчивость системы.

4. Для системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{10(1+0{,}2p)}{p},$$

определить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики (АЧХ и ФЧХ). Построить асимптотические логарифмические АЧХ и ФЧХ.

5. Определить характеристики сигнала на выходе системы с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10(1+0{,}2p)}{1+2p},$$

если на входе действует белый шум с корреляционной функцией $K_u(\tau) = 5 \cdot \delta(\tau)$.

### 4. Элементы теории графов и ее приложения

/I/, с.44-70; /4/ с.I5-44, 79-II3; /I0/, с.3-3I; /I2/, с.I08-II1 w1.

Методы и символика теории графов получили в последнее время широкое распространение. Язык теории графов позволяет компактно и в более наглядной форме выразить связи между переменными, чем соответствующие аналитические соотношения. Методы теории графов используются для анализа прохождения электрических сигналов в различных цепях и электронных схемах, для исследования структурных схем в автоматических системах, в сетевых методах планирования и управления, при решении задач распределения ресурсов и т.д. Следует детально изучить правила преобразования сигнальных графов, области их применения. Обратить особое внимание на теорию сетей Петри, которые применяются при моделировании и проектировании различного рода систем и получают все более разностороннее применение.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите способы задания ориентированных графов.

2. Построить граф, соответствующий следующей матрице смежности:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

найти центр, радиус графа, периферийные вершины.

3. Установить изоморфность орграфов $D(X, \Gamma_X)$, $D(Y, \Gamma_Y)$, $D(Z, \Gamma_Z)$, заданных отображениями

$$\Gamma x_1 = \{x_1, x_2\},\ \Gamma x_2 = \{x_1, x_3\},\ \Gamma x_3 = \{x_1\}.$$

$$\Gamma y_1 = \{y_1, y_3\},\ \Gamma y_2 = \{y_2, y_1\},\ \Gamma y_3 = \{y_1\}.$$

$$\Gamma z_1 = \{z_1, z_2\},\ \Gamma z_2 = \{z_1\},\ \Gamma z_3 = \{z_1, z_3\}.$$

4. Как система линейных алгебраических уравнений изображается в виде графа?

5. Представить в виде графа следующую систему уравнений:

$$x_1 = 2x_1 + 4x_3,$$
$$x_2 = 3x_3 + 5x_4,$$
$$x_3 = x_5 + 6x_4,$$
$$x_4 = 3x_2 + 7x_5.$$

Найти передачу графа между истоком и стоком с помощью правила Мазона?

6. Дать определение сети Петри. Перечислить способы задания.

7. Назвать основные свойства сетей Петри.

8. Какой переход называется разрешенным? Правила выполнения сетей Петри.

9. Построить дерево достижимости сети Петри, заданной следующим образом:

$C=(P,T,I,O,\mu)$; $P=\{p_1,p_2,p_3,p_4,p_5\}$; $T=\{t_1,t_2,t_3,t_4\}$;

$\mu=(0,1,3,1,2)$

$$
\begin{aligned}
I(t_1)&=\{p_1\} & O(t_1)&=\{p_2,p_3,p_5\}\\
I(t_2)&=\{p_2,p_3,p_5\} & O(t_2)&=\{p_5\}\\
I(t_3)&=\{p_3\} & O(t_3)&=\{p_4\}\\
I(t_4)&=\{p_4\} & O(t_4)&=\{p_2,p_3\}
\end{aligned}
$$

Является достижимой ли маркировка $\mu = (0,1,2,0,2)$.

5. Элементы математической логики к теории автоматов /I/, с.II0-I38; /3/, с.95-I06; /I0/, с.I8-32

№ 2

Математическая логика в настоящее время интенсивно развивается и находит широкое применение при проектировании ЦВМ, телемеханических систем, конечных автоматов и др.

При изучении раздела особое внимание обратить на способы минимизации логических функций и синтез комбинационных схем. Следует уяснить, в чем отличие конечных автоматов от комбинационных схем, разобраться в вопросах синтеза конечных автоматов.

Вопросы для самопроверки

1. Приведите основные логические соотношения и дайте их анализ.

2. Упростить выражение $(x_1 \vee x_2)(\overline{x}_1 \overline{x}_2 \vee \overline{x}_5) \vee \overline{x}_3 \vee (x_1 \vee x_2)(x_4 \vee x_5)$

3. Что такое конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы?

4. Что такое полный набор логических функций? Приведите примеры.

5. С помощью карт Карно минимизировать следующие функции:

$$F_1 = x_1 x_2 \vee \overline{x}_1 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x}_2 x_3 x_4,$$

$$F_2 = \overline{x}_1 x_2 \vee \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3.$$

6. Синтезировать комбинационную схему, работа которой описывается логической функцией

$$F = x_1 \rightarrow (\bar{x}_1 x_3 \oplus x_2 \bar{x}_3).$$

а) на элементах И, ИЛИ, НЕ; б) на элементах Шеффера.

7. Какие существуют способы задания конечных автоматов?

8. В чем отличие автомата Мили от автомата Мура?

9. Перечислить основные шаги алгоритма синтеза конечных автоматов.

## 6. Методы оптимизации в теории систем

/I/, с.240-253; /7/, с.I0-II0; /8/, с.8-60; /9/, с.II-96

Методы оптимизации эффективно применяются в самых различных областях человеческой деятельности. Знание их является столь же необходимым для инженера, как знание основ математического анализа, физики, радиоэлектроники и других дисциплин, ставших традиционными. С математической точки зрения в процессе решения задачи оптимизации находится экстремум некоторой функции цели или функционала, заданных на конечном множестве переменных. Следует изучить методы поиска экстремума функции одной переменной, методы поиска экстремума функции  - переменных с ограничениями и без ограничений. Обратить особое внимание на методы линейного программирования и методы решения нелинейных задач.

Вопросы для самопроверки

I. Постановка задачи оптимизации. Перечислить известные критерии оптимизации. Способы задания ограничений.

2. Пояснить процедуру поиска минимума функции

$$F(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

в интервале $[0,5;2,0]$ , используя метод Фибоначчи, метод золотого сечения, метод дихотомии.

3. Пояснить идею методов полиномиальной аппроксимации.

4. Охарактеризовать методы нахождения экстремума функций с использованием производных. Минимизировать функцию $F(x) = 3x^2 + \frac{15}{x}$ с помощью метода Ньютона-Рафсона и метода секущих.

5. Решить методом наискорейшего спуска

$$F(x)=4x_1^2+x_2^2-4x_1-2x_2\,(min),\ \text{если}\ \ x^0=[1,3]^T.$$

6. Используя метод Ньютона, найти минимальное значение функции

$$F(x)=8x_1^2+4x_1x_2+5x_2^2\quad,\ \text{если}\ \ x^0=[10,10]^T.$$

7. Каковы достоинства метода переменной метрики?

8. В чем суть метода допустимых направлений Зойтендейка? С помощью этого метода решить задачу:

$$F(x)=x_1+2x_2-0{,}5x_1^2-0{,}5x_2^2-5\,(max)$$
$$2x_1+3x_2\le 6,$$
$$x_1+4x_2\le 5,$$
$$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0,\quad x^0=[1,\ 0{,}5]^T.$$

9. В решении каких задач используется метод отсекающих плоскостей? Решить задачу

$$F(x)=-x_1-x_2\,(min)$$
$$g_1(x)=2x_1-x_2^2-1\ge 0$$
$$g_2(x)=9-0{,}8x_1-2x_2\ge 0$$
$$x_1\ge 0\ ,\ x_2\ge 0.$$

10. С помощью метода линейных комбинаций решить задачу

$$F(x)=4x_1+6x_2-2x_1^2-2x_1x_2-2x_2^2\,(max)$$
$$x_1+2x_2\le 2$$
$$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0,\quad x^0=[0{,}5,\ 1]^T.$$

II. Назвать основные типы штрафных функций. В чем суть методов внутренней и внешней точки соответственно?

I2. На решение каких задач ориентировано сепарабельное программирование? В чем заключается правило ограниченного ввода в базис? Найти минимум функции

$$F = x_1 + x_2^4$$

при ограничениях $3x_1 + 2x_2^2 \le 9,\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

## Задания для контрольных работ

### Контрольная работа № I

#### Задание I. Основы теории сигналов.

I. Разложить в ряд Фурье на интервале частот $\omega \in [0, \frac{4\pi}{\tau}]$ периодический сигнал прямоугольной формы с амплитудой 5 В, длительностью $\tau = 10^{-3}$ с и периодом $T = 3 \cdot 10^{-3}$ с. Построить спектральные АЧХ и ФЧХ. Какой процент энергии содержится в сигнале с ограниченным спектром?

2. Разложить в ряд Фурье на интервале частот $\omega \in [0, \frac{4\pi}{\tau}]$ сигнал

$$f(t) = \begin{cases} \frac{5t}{\tau} & \text{при } 0 \le t \le \tau \\ 0 & \text{при } \tau < t \end{cases}, \quad \text{где } \tau = 10^{-2} \text{ с.}$$

Каким должен быть частотный спектр, ряда чтобы в нем содержалось не менее 90 % энергии сигнала $f(t)$ ?

3. Разложить в ряд Фурье на интервале частот $\omega \in [0, \frac{4\pi}{\tau}]$ сигнал

$$f(t) = \begin{cases} 10\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) & \text{при } 0 \le t \le \tau \\ 0 & \text{при } t > \tau \end{cases}, \quad \text{где } \tau = 10^{-2} \text{ с.}$$

Построить спектральные АЧХ и ФЧХ. Какой процент энергии содержится в сигнале с ограниченным спектром?

4. Разложить в ряд Фурье на интервале частот $\omega \in [0, \frac{4\pi}{\tau}]$ сигнал

$$f(t) = \begin{cases} 2\frac{t}{\tau} & \text{при } 0 \le t \le \frac{\tau}{2} \\ 2\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) & \text{при } \frac{\tau}{2} < t \le \tau \\ 0 & \text{при } t > \tau \end{cases}, \quad \text{где } \tau = 10^{-2} \text{ с.}$$

Построить спектральные АЧХ и ФЧХ. Какой процент энергии содержится в сигнале с ограниченным спектром?

5. Вычислить и построить АЧХ и ФЧХ непериодического сигнала $f(t)$, заданного в упражнении 2. Определить энергию сигнала с ограниченным спектром $\left[0, \frac{2\pi}{\tau}\right]$.

6. Вычислить и построить АЧХ и ФЧХ непериодического сигнала $f(t)$, заданного в упражнении 3. Определить энергию сигнала с ограниченным спектром $\left[0, \frac{2\pi}{\tau}\right]$.

7. Вычислить и построить спектральные АЧХ и ФЧХ сигнала $f(t)$, заданного в упражнении 4. Определить энергию сигнала с ограниченным спектром $\left[0, \frac{2\pi}{\tau}\right]$.

8. Определить преобразование Лапласа для сигнала $f(t)$, заданного в упражнениях 2,3,4, и записать прямое преобразование Фурье.

9. Разложить в ряд Фурье периодический сигнал $f(t)=|\sin \omega t|$, $t\in(-\infty,\infty)$. Построить на графике спектр амплитуд и спектр фаз.

10. Сигнал $f(t)$, заданный в упражнении 3, представить рядом Котельникова при условии ограничения спектра сигнала частотой $\omega_m=\frac{4\pi}{\tau}$. Определить энергию сигнала, аппроксимированного рядом Котельникова.

11. Случайная функция $x(t)$ имеет характеристики $m_x(t)=1$ и $K_x(t_1,t_2)=e^{\alpha(t_1+t_2)}$. Найти характеристики случайной функции $y(t)=t\frac{dx}{dt}+1$. Определить, являются ли стационарными случайные функции $x(t)$ и $y(t)$?

12. Найти корреляционную функцию $K_x(\tau)$ и спектральную плотность $S_x(\omega)$ для стационарного случайного сигнала $x(t)=A\sin(\omega_0 t+\varphi)$, где $A$ и $\omega_0$ – постоянные амплитуда и угловая частота; $\varphi$ – случайная начальная фаза, равномерно распределенная на интервале $[-\pi, \pi]$.

13. Стационарная случайная функция $x(t)$ имеет характеристики $m_x(t)$ и $K_x(\tau)$. Найти взаимную корреляционную функцию $K_{xy}(t_1,t_2)$ случайной функции $x(t)$ и случайной функции $y(t)=1-x(t)$.

14. Выяснить разницу между спектральными плотностями стационарных случайных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями:

$$K_{x_1}(\tau)=\sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}, \quad K_{x_2}(\tau)=\sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}\cos\omega_0\tau.$$

15. Найти корреляционную функцию стационарного случайного процесса $x(t)$ с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью

$$S_x(\omega)=\begin{cases}\frac{N_0}{2}, & -\omega_2\le\omega\le-\omega_1\\ \frac{N_0}{2}, & \omega_1\le\omega\le\omega_2\\ 0, & \omega\notin[-\omega_2,-\omega_1];\ \omega\notin[\omega_1,\omega_2].\end{cases}$$

16. Спектральная плотность $S_x(\omega)$ стационарного процесса

$$S_x(\omega)=\begin{cases}\frac{4\alpha}{\alpha^2+\omega^2}, & \omega\ge 0\\ 0, & \omega<0.\end{cases}$$

Определить соотношение между эффективной шириной спектра $\Delta\omega_э$ процесса $x(t)$ и шириной его спектральной плотности $\Delta\omega$ на уровне 0,5 $S_x(0)$.

17. Найти спектральную плотность случайной функции $x(t)$, если ее корреляционная функция $K_x(\tau)=D_x e^{-\alpha|\tau|}\cos\beta\tau$.

18. Спектральная плотность случайной стационарной функции $x(t)$ на участке от $-\omega_1$ до $\omega_1$, постоянна, а вне его равна нулю, т.е.

$$S_x(\omega)=\begin{cases}A & \text{при } |\omega|\le\omega_1,\\ 0 & \text{при } |\omega|>\omega_1.\end{cases}$$

Найти корреляционную функцию $K_x(\tau)$ процесса $x(t)$, построить ее график.

19. Случайная функция $x(t)$ имеет характеристики $m_x(t)=1$ и $K_x(t_1,t_2)=e^{\alpha(t_1+t_2)}$. Найти характеристики случайной функции $y(t)=1+t\frac{d}{dt}x(t)$. Определить, являются ли стационарными случайные функции $x(t)$ и $y(t)$.

20. Случайная функция $x(t)$ с характеристиками $m_x(t)=t^2+3$, $K_x(t_1,t_2)=5t_1t_2$ подвергается линейному преобразованию вида $y(t)=t^3\int_0^t \tau x(\tau)d\tau$. Определить характеристики случайной функции $y(t)$: $m_y(t)$ и $K_y(t_1,t_2)$.

21. Разложить в ряд Фурье и найти спектр периодического сигнала $f(t)=|t|-1,\ \forall t\in[-1,1]$.

22. Для периодического сигнала $f(t)=|\cos\omega t|,\ t\in[-\infty,\infty]$ найти ряд Фурье. Построить спектр амплитуд и фаз.

23. Для треугольного импульса, заданного выражением

$$f(t)=\begin{cases}1-|t|, & \forall t\in[-1,1],\\ 0, & \forall t\notin[-1,1],\end{cases}$$

найти автокорреляционную функцию и энергию.

24. Для прямоугольного импульса, заданного выражением

$$f(t)=\begin{cases}A, & \forall t\in[0,h],\\ 0, & \forall t\notin[0,h],\end{cases}$$

найти автокорреляционную функцию и энергию.

25. Корреляционная функция случайного процесса $x(t)$ равна

$$K_x(\tau)=\begin{cases}A-\frac{A}{\tau_0}\tau & \text{при } 0\le\tau\le\tau_0\\ 0 & \text{при } \tau>\tau_0,\end{cases}$$

где $A=Const$. Определить спектральную плотность случайной функции $x(t)$.

26. Пусть $x(t)$ - стационарная случайная функция, корреляционная функция которой $K_x(\tau)$ известна. Определить корреляционную функцию связи $x(t)$ и $y(t)=\frac{dx}{dt}$.

27. Разложить в тригонометрический ряд Фурье периодический сигнал

$$f(t)=\begin{cases}A & \text{при } kT\le t\le kT+\tau,\\ 0 & \text{при } kT+\tau<t<(k+1)T\end{cases},\quad k=1,2,3,\ldots$$

Построить спектральные характеристики.

28. Построить спектр периодической последовательности импульсов, представляющих собой однополупериодное выпрямленное синусоидальное колебание. Сигнал на периоде T = 2 задается соотношением

$$f(t)=\begin{cases}\sin\omega t, & \forall t\in[0,1],\\ 0, & \forall t\in[1,2].\end{cases}$$

В соответствии с номером варинта каждому необходимо выполнить две задачи из задания I.

Таблица I

| № варианта | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | I0 | II |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| № задач | I<br>I2 | 2<br>I3 | 3<br>I4 | 4<br>I5 | 5<br>I6 | 6<br>I7 | 7<br>I8 | 8<br>23 | 9<br>I9 | 2I<br>II | 22<br>20 |
| № варианта | I2 | I3 | I4 | I5 | I6 | I7 | I8 | I9 | 20 | 2I | 22 |
| № задач | 27<br>24 | 28<br>25 | I0<br>26 | 2I<br>I2 | 22<br>I3 | 27<br>I4 | 28<br>I5 | II<br>I6 | 9<br>I7 | 8<br>I8 | 7<br>23 |
| № варианта | 23 | | 24 | | 25 | | 26 | | 27 | | 28 |
| № задач | 6<br>I9 | | 5<br>II | | 4<br>20 | | 3<br>24 | | 2<br>25 | | I<br>26 |

КР №1

## Задание 2. Элементы теории графов и ее приложения.

### Задача I.

Связный ориентированный граф $D(X,\Gamma_X)$ задан множеством вершин $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ и отображением $\Gamma x_i=\{x_{|i\pm k|},\ x_{i+\ell}\}$, $i=\overline{1,n}$. Индекс $\alpha\in\{|i\pm k|,\ i+\ell\}$ выбирается из условия $0<\alpha\leq n$. Если $\alpha=0$ или $\alpha>n$, то $\Gamma x_i=x_\alpha=\emptyset$. Значения индексов $n, k, \ell$ взять из табл. 2 в соответствии с номером варианта. Выполнить следующие действия:

а) определить исходный граф и ассоциированный с ним неориентированный граф графическим, матричным и аналитическим способами;

б) установить центры и периферийные вершины графов, найти радиусы и диаметры графов;

в) выделить в ориентированном графе два подграфа. Найти объединение, пересечение и разность подграфов;

г) установить планарность неориентированного графа и осуществить укладку его на плоскости;

д) записать систему уравнений, соответствующую сигнальному графу, считая, что передача между вершинами $x_i$ и $x_j$

$$K_{ij} = \begin{cases} i \times j & \text{при } i \geq j \\ \dfrac{1}{p+1} & \text{при } i < j \end{cases}.$$

Найти передачу между вершинами $x_1$ и $x_n$, используя правило Мэзона. Построить структуру кибернетической системы, определяемой топологией графа.

Таблица 2

| № варианта | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | I0 | II | I2 | I3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | 5 | 6 | 8 | 6 | 5 | 7 | 8 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| $k$ | I | I | I | I | I | I | I | I | I | 2 | I | 2 | 3 |
| $l$ | 2 | 3 | 3 | 5 | 4 | 6 | 2 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | I |

| № варианта | I4 | I5 | I6 | I7 | I8 | I9 | 20 | 2I | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | 6 | 8 | 6 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 5 | 6 | 6 | 5 |
| $k$ | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| $l$ | 3 | I | 5 | I | 2 | I | 2 | 4 | I | 2 | 4 | 4 | I | 2 |

| № варианта | 28 | $n$ | 6 | $k$ | 4 | $l$ | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Задача 2.

Сеть Петри задана графически: (варианты I-7 - рис.I, варианты 8-I4 - рис.2, варианты I5-2I - рис.3, варианты 22-28 - рис.4).Выполнить следующие действия:

а) описать сеть аналитическим и матричным способами;

б) построить дерево достижимости для заданной сети;

в) проверить,является ли достижимой одна из маркировок, получаемых на 4 шаге построения дерева, составив и решив матричные уравнения. (Начальная маркировка сети определяется табл.3).

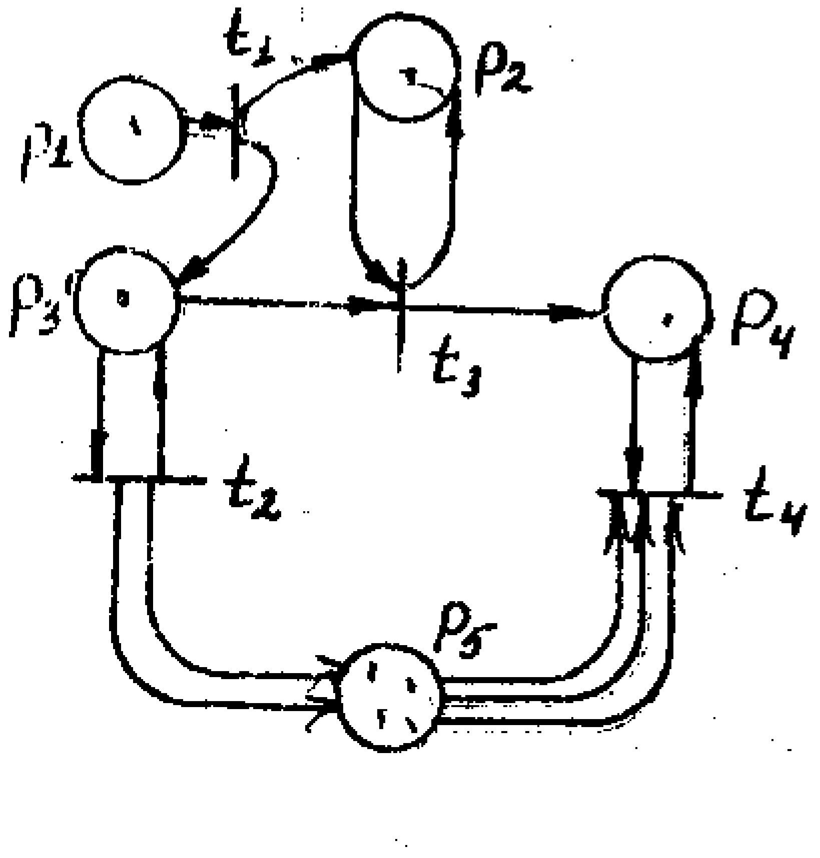


Рис. 1

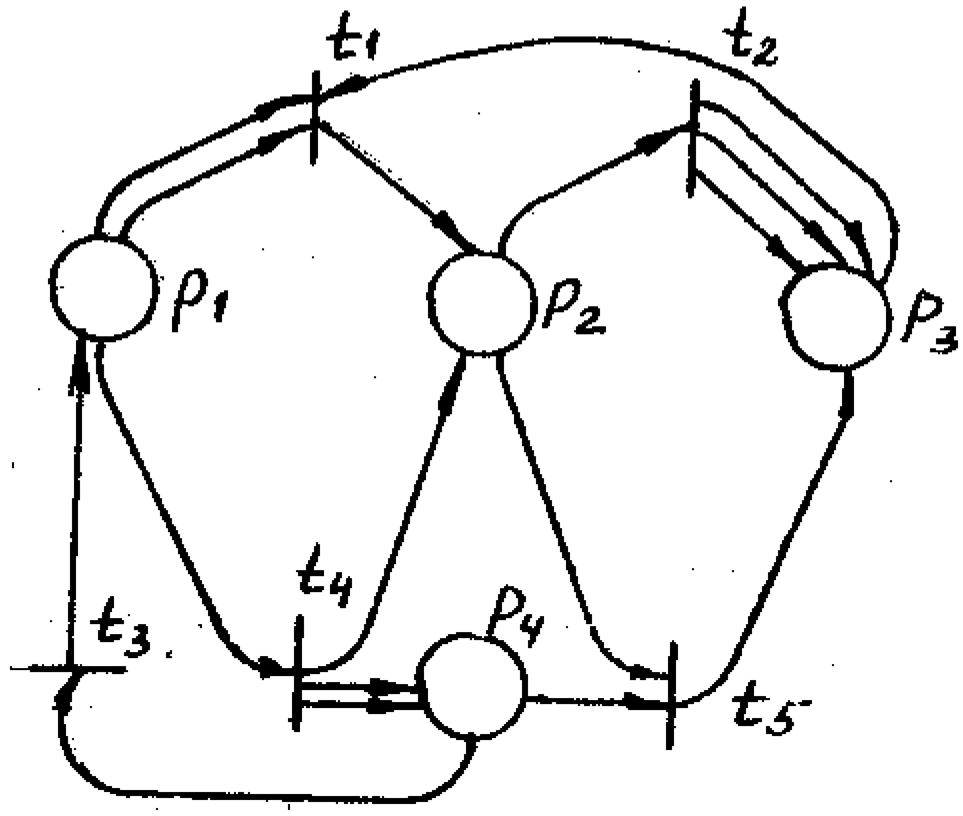


Рис. 2

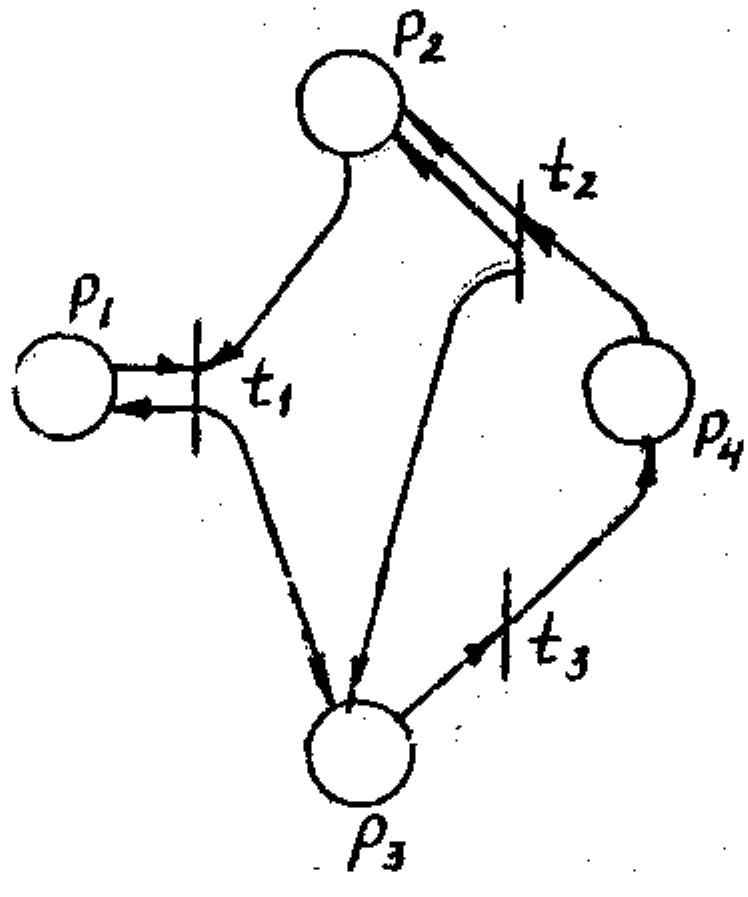


Рис. 3

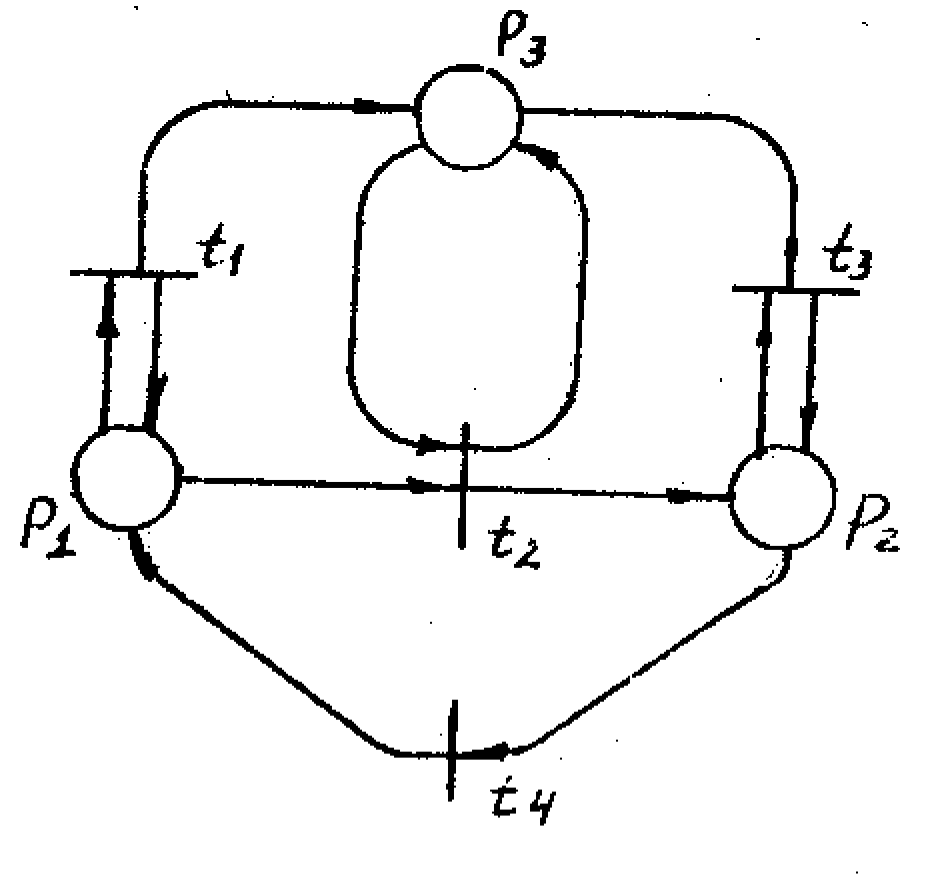


Рис. 4

Таблица 3

| № варианта | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | I0 | II | I2 | I3 | I4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mu_1$ | 0 | I | 0 | I | I | I | I | 2 | 0 | I | 0 | 2 | 0 | 3 |
| $\mu_2$ | I | 2 | 2 | 2 | 3 | I | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | I | 3 | I |
| $\mu_3$ | 2 | 3 | I | 0 | I | I | I | 3 | 4 | I | 0 | 3 | I | 3 |
| $\mu_4$ | 3 | I | 3 | 4 | 0 | 2 | I | I | I | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 |
| $\mu_5$ | I | 2 | 5 | I | 3 | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - | - |
| № варианта | I5 | I6 | I7 | I8 | I9 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| $\mu_1$ | I | I | 0 | 2 | I | I | I | I | I | 2 | 3 | I | 2 | 3 |
| $\mu_2$ | 2 | I | 2 | 3 | 0 | I | I | 2 | 3 | 0 | I | 2 | 0 | 0 |
| $\mu_3$ | 0 | I | 2 | I | I | 2 | 0 | 3 | I | 2 | I | 2 | 3 | I |
| $\mu_4$ | I | 2 | I | I | 2 | 3 | I | - | - | - | - | - | - | - |
| $\mu_5$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Задание 3. Основы теории линейных непрерывных систем.

Задача I.

Передаточная функция системы имеет вид

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}.$$

Величины коэффициентов $b_i$ и $a_j$ заданы в табл. 4 в соответствии с номером варианта задания.

Необходимо:

I) определить устойчивость системы;

2) записать дифференциальное уравнение системы;

3) рассчитать и построить характеристики: амплитудно-частотную $K(\omega)$, фазочастотную $\varphi(\omega)$, амплитудно-фазовую $K(j\omega)$, переходную $h(t)$;

4) определить характеристики сигнала на выходе системы, если на входе действует белый шум с корреляционной функцией $K_u(\tau) = 5 \cdot \delta(\tau)$.

Таблица 4

| № варианта | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | I0 | II | I2 | I3 | I4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b_1$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 6 | 7 |
| $b_0$ | 2 | 3 | 4 | I | I | I | I | I0 | I5 | 20 | 25 | 2 | 2 | 4 |
| $a_2$ | 0 | I | I | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | I | 0 | I | 0 | 0 | 0 |
| $a_1$ | I | I | 0 | 5 | 4 | 3 | 2 | 5 | 2 | 2 | 4 | I | I | I |
| $a_0$ | -I | I | 0 | I | I | I | I | I | 5 | 7 | 9 | 0 | 0 | 0 |
| № варианта | I5 | I6 | I7 | I8 | I9 | 20 | 2I | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| $b_1$ | 8 | I | 6 | 4 | 2 | 7 | 9 | I0 | I0 | I0 | 9 | 6 | 8 | 8 |
| $b_0$ | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 |
| $a_2$ | 0 | 0 | I | I | I | I | 2 | 3 | I | I | I | I | I | I |
| $a_1$ | I | I0 | 2 | 3 | 2 | I | 4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $a_0$ | 0 | -I | I | I | I | I | I | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Контрольная работа №2

Задание 4. Методы оптимизации.

I. Решить симплексным методом задачу линейного программирования.

I.I. $F=2x_1+x_2-3x_3$ (max)

$$x_1+2x_2+2x_3 \geq 7$$
$$3x_1-x_3 \leq 2$$
$$-2x_1+x_2+4x_3 \geq 4$$
$$x_i \geq 0,\ i=1,2,3$$

I.2. $F=4x_1+3x_2+5x_3$ (max)

$$2x_1-x_2+3x_3 \geq 10$$
$$x_1+x_2+x_3 \leq 8$$
$$3x_1+2x_2+x_3 \geq 12$$
$$x_i \geq 0,\ i=1,2,3$$

I.3.

$$F(x) = -2x_1 + 3x_2 + x_3 \ (max)$$
$$-2x_1 - x_2 + 2x_3 \le 4$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \ge 6$$
$$-2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \le 7$$
$$x_i \ge 0, \ i = 1,2,3$$

I.4.

$$F(x) = 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 \ (max)$$
$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \le 9$$
$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 8$$
$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 7$$
$$x_i \ge 0, \ i = 1,2,3$$

I.5.

$$F(x) = 6x_1 + 27x_2 + 12x_3 \ (min)$$
$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ge 14$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 6$$
$$2x_1 + 9x_2 + 6x_3 \ge 22$$
$$x_i \ge 0, \ i = 1,2,3$$

I.6.

$$F(x) = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 \ (max)$$
$$-x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 \ge 5$$
$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \ge 4$$
$$x_i \ge 0, \ i = 1,2,3,4$$

I.7.

$$F(x) = -x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 2x_5 \ (max)$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 - x_5 \le 12$$
$$5x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 \ge 10$$
$$2x_2 + 3x_5 \le 15$$
$$x_i \ge 0, \ i = \overline{1,5}$$

I.8.

$$F(x) = -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \ (min)$$
$$-2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2$$
$$x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \ge 3$$
$$x_1 - x_3 \le 4$$
$$x_i \ge 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.9.

$$F(x) = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \ (max)$$
$$3x_1 + 4x_2 - x_3 = 6$$
$$3x_2 + 4x_3 = 7$$
$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$$
$$x_i \ge 0, \ i = 1,2,3$$

I.10.

$$F(x) = x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \ (max)$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$$
$$-x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 13$$
$$x_i \ge 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.11.

$$F(x) = x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 \ (min)$$
$$-4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \ge 6$$
$$2x_2 + x_3 + 3x_4 \ge 10$$
$$x_i \ge 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.12.

$$F(x) = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 6x_4 \ (max)$$
$$x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 20$$
$$2x_1 + x_3 + 3x_4 \le 30$$
$$x_i \ge 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.I3.

$$F(x) = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 10x_4 \ (min)$$

$$2x_1 - x_3 + x_4 \geq -2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 \geq 8$$

$$-x_2 + 6x_3 - 3x_4 \geq 4$$

$$x_i \geq 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.I4.

$$F(x) = 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \ (max)$$

$$3x_2 + x_3 \leq 4$$

$$2x_1 + x_3 \leq 7$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 12$$

$$x_i \geq 0, \ i = 1,2,3$$

I.I5

$$F(x) = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \ (max)$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 15$$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 10$$

$$x_i \geq 0, \ i = 1,2,3$$

I.I6

$$F(x) = -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \ (min)$$

$$x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 8$$

$$-2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 8$$

$$x_i \geq 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.I7.

$$F(x) = 6x_1 + 20x_2 + 24x_3 + 4x_4 \ (min)$$

$$5x_2 + 3x_3 - 4x_4 \geq 2$$

$$x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 5$$

$$x_i \geq 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.I8.

$$F(x) = -3x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 \ (max)$$

$$-5x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq -1$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 2$$

$$x_i \geq 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.I9.

$$F(x) = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ (max)$$

$$4x_2 - x_3 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$$

$$x_i \geq 0, \ i = 1,2,3$$

I.20.

$$F(x) = 4x_1 + x_2 + 3x_3 \ (max)$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 6$$

$$-x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 11$$

$$x_i \geq 0, \ i = \overline{1,4}$$

I.2I

$$F(x) = 30x_1 + 70x_2 \ (max)$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 20$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$x_i \geq 0, \ i = 1,2$$

I.22.

$$F(x) = x_1 + 3x_2 \ (max)$$

$$2x_1 - x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

I.23.

$$F(x)=7x_1+9x_2\ (max)$$
$$7x_1+x_2\le 35$$
$$-x_1+x_2\le 6$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2$$

I.24.

$$F(x)=4x_1+6x_2+2x_3\ (max)$$
$$4x_1-4x_2\le 5$$
$$-x_1+6x_2\le 5$$
$$-x_1+x_2+x_3\le 5$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2,3$$

I.25.

$$F(x)=3x_1+x_2+3x_3\ (max)$$
$$-x_1+2x_2+x_3\le 4$$
$$x_1-3x_2+2x_3\le 3$$
$$4x_2-3x_3\le 2$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2,3$$

I.26.

$$F(x)=5x_1+8x_2+6x_3\ (max)$$
$$2x_1+6x_2+x_3\le 11$$
$$9x_1+x_2+10x_3\le 28$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2,3$$

I.27.

$$F(x)=x_1+3x_2+x_3\ (min)$$
$$2x_1+x_2\le 6$$
$$-x_1+2x_2+x_3\le 4$$
$$x_1+3x_2+2x_3\ge 10$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2,3$$

I.28.

$$F(x)=4x_1-3x_2+2x_3\ (min)$$
$$x_1-x_2+2x_3\ge 8$$
$$x_1-2x_2+x_3\ge 4,5$$
$$2x_1-3x_2+4x_3\ge 12$$
$$x_i\ge 0,\ i=1,2,3$$

2. Решить градиентным методом задачу нелинейного программирования, начиная оптимизационный процесс с указанной точки $x^0$.

$$F(x)=ax_1^2+bx_2^2+cx_1x_2+dx_1+ex_2+f.$$

Величины постоянных коэффициентов и координаты точки $x^0$ приведены в табл.5 в соответствии с номером варианта задания

3. Решить задачу 2 методом Ньютона-Рифсона.

4. Составить функцию Лагранжа и записать условия теоремы Куна-Таккера для функции цели, определенной в задаче 2, и системы ограничений из задачи I, полагая $x_3=0$, $x_4=0$.

Таблица 5

| № варианта | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | IO | II | I2 | I3 | I4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 2 | -2 | -I | -2 | -I | -I | 4 | 2 | I | 8 | 2 | 2 | -5 | -I |
| $b$ | 2 | -I | 0 | -2 | -I | -5 | I | 2 | I | 5 | I | 3 | -4 | -3 |
| $c$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | IO | 4 | -5 | 6 | 4 |
| $d$ | -I | 8 | 4 | 5 | 5 | 7 | -4 | -2 | -7 | 7 | -IO | 7 | I | 0 |
| $e$ | 0 | 6 | 6 | 8 | IO | IO | -2 | -2 | 5 | 0 | 0 | 0 | 3 | 5 |
| $f$ | 0 | 0 | I5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 | I5 | 0 | -8 | 0 | IO |
| $x_1^0$ | 0 | 2 | I | I | 2 | 0 | I | 2 | I | 2 | 0 | 3 | 2 | I |
| $x_2^0$ | 0 | I | 2 | 3 | 3 | 0 | 3 | 8 | I | 2 | I | 3 | 2 | 0 |
| Характер экстремума | min | max | max | max | max | max | min | min | min | min | max | min | min | max |
| № варианта | I5 | I6 | I7 | I8 | I9 | 20 | 2I | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| $a$ | 2 | 5 | 6 | -I | I | -2 | I | 3 | -9 | IO | -3 | 5 | 4 | -6 |
| $b$ | 4 | I | 3 | -7 | 6 | -4 | 2 | -IO | -5 | 6 | I | 0 | 8 | 7 |
| $c$ | -3 | -2 | 8 | 4 | IO | 7 | 6 | 4 | 8 | -3 | 2 | 9 | I | 0 |
| $d$ | 8 | 4 | -5 | 9 | II | 6 | -5 | I | 3 | 2 | 4 | 2 | -8 | 5 |
| $e$ | 4 | 0 | -I | -3 | I3 | 0 | 4 | 0 | 4 | 7 | IO | 8 | 5 | 2 |
| $f$ | 5 | I2 | 0 | 5 | 9 | I3 | 3 | 9 | -7 | 9 | 7 | 6 | 3 | 8 |
| $x_1^0$ | 0 | 2 | 0 | I | 0 | I | 4 | 0 | 6 | 5 | 0 | 3 | 2 | I |
| $x_2^0$ | I | I | 3 | 2 | 0 | -I | 0 | 4 | I | I | 5 | 3 | 2 | I |
| Характер экстремума | max | min | max | max | max | min | min | min | max | max | min | min | max | min |

~~КУРСОВАЯ РАБОТА~~ КР № 2.

Курсовая работа выполняется по теме "Элементы математической логики и теории автоматов".

Конечный автомат задан графом, определенным в задаче I задания 2. Множество вершин графа $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_n\}$ соответствует состояниям автомата. Множество дуг соответствует переходам из одного состояния в другое под воздействием множества входных сигналов $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Причем каждому переходу соответствует только одна из букв множества $X$. При задании графа эти буквы расставить произвольно.

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы
$Y = \{y_1, y_2, y_3\}$;

$y_1$ – переход из состояния $q_i$ в состояние $q_i$ (петля);
$y_2$ – переход из состояния $q_i$ в $q_j$ при $i < j$;
$y_3$ – переход из состояния $q_i$ в $q_j$ при $i > j$.

Осуществить структурный синтез конечного автомата. Реализацию осуществить на элементах, указанных в таблице 4, в соответствии с номером варианта.

Таблица 6

| № варианта | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тип элементов | И НЕ | И ИЛИ НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | И НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ |
| Тип триггера | RS | JK | T | RS | JK | D | RS | T | D | RS | D | JK | T | D |
| № варианта | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| Тип элементов | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ | ИЛИ НЕ | И ИЛИ НЕ | И НЕ |
| Тип триггера | RS | D | JK | T | D | RS | T | JK | RS | D | T | JK | RS | T |

Пояснительная записка к курсовой работе оформляется на листах II формата. Структурная схема автомата выполняется на миллиметровой бумаге или вычерчивается на ватмане и подшивается в пояснительную записку.

Титульный лист заполняется по образцу

МИНСКИЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра автоматики и телемеханики

Курсовая работа
по курсу "Математические основы теории систем"

| | |
|---|---|
| Выполнил | Принял |
| студент гр. | доцент кафедры АиТ |
| Ф.И.О. | Ф.И.О. |

Минск 1991

Св.план 1991, поз. 95

Составители: Павлова Анна Валентиновна
Соколов Владимир Васильевич

ПРОГРАММА, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по курсу "Математические основы теории систем" для студентов специальности "Автоматика и управление в технических системах" заочной формы обучения

Ответственный за выпуск А.Я.Родин
Редактор Н.В.Гриневич

Подписано в печать 11.06.91. Формат 60х84 1/16.
Объем 1,8 усл.печ.л. 1,5 уч.-изд.л. Тираж 250 экз.
Заказ 322. Бесплатно.

Минский радиотехнический институт
Отпечатано на ротапринте МРТИ.220600, Минск, П.Бровки,6