

- ① Предприятие выпускает 2 вида продукции А и В, используя при этом 4 группы оборудования. Для каждого компонента продукции А отведено 2000 ч, для продукции В - 3000 ч. Известны трудоемкость изготовления одного компонента продукции и фонд времени по каждой группе оборудования.

Группа оборудо- вания	Трудоемк. изг-и (дни)		Фонд времени (дни)
	А	В	
1	3	3	15
2	2	6	18
3	4	0	16
4	1	2	8

Оформить план производства, максимизирующий прибыль предприятия, используя графический метод.

Решение:

x_1 (компл.) - объем выпуска продукции А.
 x_2 (компл.) - объем выпуска продукции В.

$$L = 2000x_1 + 3000x_2 \rightarrow \max$$

Прибыль предприятия.

Ограничения:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 3x_2 &\leq 15 \\ 2x_1 + 6x_2 &\leq 18 \\ 4x_1 &\leq 16 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \end{aligned}$$

по времени
производства

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 \leq 5 - x_2 \quad (1)$$

$$x_1 \leq 9 - 3x_2 \quad (2)$$

$$x_1 \leq 4 \quad (3)$$

$$x_1 \leq 8 - 2x_2 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



прямая уровня функции

Перемещая линию уровня целевой функции в направлении перпендикуляра до последней точки касания т.А.

т.А соответствует оптимальному решению.

x_1 и x_2 находим из системы

$$\begin{cases} x_1 = 9 - 3x_2 \\ x_1 = 5 - x_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{matrix} \quad L = 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 3000 = 12000$$

Итого продали

$x_1 = 3$ комплектов продукции А и 2 комплекта продукции В

или максимизируем прибыль $L = 12000$ \$

Ответ: $x_1 = 3$ компл.; $x_2 = 2$ компл.; $L = 12000$ \$

Задача 52

Фирма производит изделия с-х типов на одной и той же технологической оборудованности. Исходя из производственных возможностей возможно выпустить в сутки не более 100 изделий типа 1 или не более 300 изделий типа 2. Наименее сырьем позволяют выпустить в сутки не более 150 изделий любого типа, причем реализация изделий типа 1 дает прибыль в 3 раза больше по сравнению с типом 2. Определить план выпуска изделий, максимизирующий суточный доход фирмы, используя графический метод.

Решение:

- x_1 - объем выпуска изделий типа 1
 x_2 - объем выпуска изделий типа 2
 f - прибыль от выпуска 1 изделия типа 2
 $2f$ - прибыль от выпуска 1 изделия типа 1

$E = 2fx_1 + fx_2 \rightarrow \max$ - суточная прибыль фирмы.
 Ограничения:

$$\frac{x_1}{100} \leq 1$$

$$\frac{x_2}{300} \leq 1$$

$$\frac{x_1 + x_2}{150} \leq 1$$

$$\frac{x_1}{100} + \frac{x_2}{300} \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

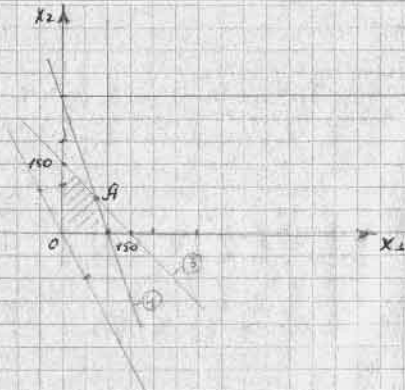
$$x_1 \leq 100 \quad (1)$$

$$x_2 \leq 300 \quad (2)$$

$$x_2 \leq 150 - x_1 \quad (3)$$

$$x_2 \leq 300 - 3x_1 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (1), (2)$$



Оптимальное решение соответствует точке А в клетке
 отб-н значений x_1 и x_2

$$\begin{cases} x_2 = 150 - x_1 \\ x_2 = 300 - 2x_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 = 75 \\ x_1 = 75 \end{matrix}$$

$$E = 12 \cdot 75 + 75 = 225 \text{ ф (ден.)}$$

Оптимальное решение. Выпуск 75 ден. т 1 и 75 ден. т 2.
 Выпуск будет приносить прибыль в размере
 225 ф (ден.), где ф - прибыль от выпуска и реализация
 + издержки типа 2.

Ответ. $(x_1, x_2) = (75, 75)$ ден.

Задача 53

Производительности участка выносятся 3 станка, как производ-т деталей типов А и В. Станки различаются по производительности:

станок 1 - произв-т 5 + мин 5 дет А или 5 дет В

станок 2 - 6 дет А или 2 В

станок 3 - 5 дет А или 3 В

Нужно найти план загрузки станков, который обеспечивает макс производительность участка в следующих условиях:

- 1) Ни один из станков не простаивает.
- 2) Произведенная деталь быть комплектной, т.е. кол-во А = кол-во В.
- 3) Производительность станков 360 мин.

Решение:

	Производ-ть в мин			Итого
	I	II	III	
А	$t_{11}=5$	$t_{12}=6$	$t_{13}=5$	360
В	$t_{21}=5$	$t_{22}=2$	$t_{23}=3$	360

x_{ji} - кол-во деталей

$$E = x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{21} + x_{22} + x_{23} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \frac{x_{11}}{5} + \frac{x_{12}}{5} = 360 \\ \frac{x_{12}}{6} + \frac{x_{22}}{6} = 360 \\ \frac{x_{13}}{5} + \frac{x_{23}}{3} = 360 \end{cases}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = x_{21} + x_{22} + x_{23}$$

$$x_{11}, \dots, x_{23} \geq 0$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 1800 \\ x_{12} + 3x_{22} = 2160 \\ 3x_{13} + 5x_{23} = 5400 \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} = x_{21} + x_{22} + x_{23} \end{cases}$$

$$x_{21} = 1800 - x_{11} \quad x_{22} = 720 - \frac{x_{12}}{3}$$

$$x_{22} + x_{23} = 2520 - x_{11} - \frac{x_{12}}{3}$$

$$x_{13} = x_{12} + x_{22} + x_{23} - x_{11} - x_{12}$$

$$x_{13} = 2520 - x_{11} - \frac{x_{12}}{3} + x_{23} - x_{11} - x_{12}$$

$$x_{23} = 1080 - \frac{2}{3} x_{13}$$

$$x_{13} = 3600 - 2x_{11} - \frac{4}{3} x_{12} - \frac{3}{5} x_{13}$$

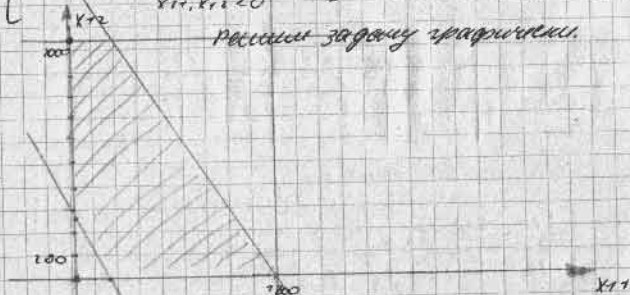
$$x_{13} = 2250 - \frac{5}{4} x_{11} - \frac{5}{6} x_{12}$$

$$x_{23} = 1080 - 1350 + \frac{3}{4} x_{11} + \frac{1}{2} x_{12} = -270 + \frac{3}{4} x_{11} + \frac{1}{2} x_{12}$$

$$\text{Т.к. } x_{11} \dots x_{23} \geq 0, \text{ то}$$

$$\begin{cases} 1800 - x_{11} \geq 0 \\ 720 - \frac{x_{12}}{3} \geq 0 \\ 2250 - \frac{5}{4} x_{11} - \frac{5}{6} x_{12} \geq 0 \\ -270 + \frac{3}{4} x_{11} + \frac{1}{2} x_{12} \geq 0 \\ x_{11}, x_{12} \geq 0 \end{cases}$$

$$E = 4500 - \frac{1}{2} x_{11} + \frac{1}{3} x_{12} \rightarrow \max$$



Омщев. решение 8 м $x_{11}=0$ $x_{12}=2160$
 из оптимизации: $x_{21}=1800$ $x_{22}=0$

$$x_{23}=450$$

$$x_{13}=810$$

$$E = 5220 \text{ (год / единица)}$$

Омщев. $(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}) = (0, 2160, 450, 1800, 0, 810)$

$$E = 5220$$

Задача 34.

Решить задачу в цехе, производящем по 80 авто-
мобильных деталей на основе штифтов тайны.
Необходимо предпринять выпускать эти детали
автоматическими станками, что покупает штифы, подвер-
гается механической обработке, сверловке и шли-
фовке. Даны, как и производят станочный
парка предприятия, в таблице.

Станки	Детали А (дет/ч)	Детали Б (дет/ч)
Токарные	25	40
Сверлильные	28	35
Шлифовальные	35	25

Каждая отливка для «роу» изгот-т дет А,
стоит 28. Для Б - 38.

Продатная цена детали равна 8 и 68.
Стоимость часа станочного времени состави-т
по 3 видам используемых станков 20, 14, 11,5 руб.
Отр-ты, план произ-ва продукции, балансиру-
ющей прибыли предприятия в условиях ко-
гда для продажи возможно выпускать любую ком-
бинацию А и Б.

Решение.

Отр-м затраты и прибыли предприятия в
расчете на 1 дет

Затраты/прибыль	Дет А (8)	Дет Б (8)
покупная цена	2	3
Токарн. обраб	$20/25 = 0,8$	$20/40 = 0,5$
Сверловка	$14/28 = 0,5$	$14/35 = 0,4$
Шлифовка	$17,5/35 = 0,5$	$17,5/25 = 0,7$
общие затраты	3,8	4,6
продатная це- на детали	5	6
прибыль на 1 дет	1,2	1,4

Прибавлю прирост $z_0 + 4$ работам: $E = 1, 2 \cdot X_1 + 1, 4 \cdot X_2 \rightarrow \max$
 X_1, X_2 - план на 60 и 130 $z_0 + 4$.

$$\frac{x_1}{15} + \frac{x_2}{40} \leq 1 \quad \text{Ограничение 1} \quad \frac{x_1}{28} + \frac{x_2}{35} \leq 1 \quad \frac{x_1}{35} + \frac{x_2}{25} \leq 1$$

$$40x_1 + 25x_2 \leq 1000$$

$$35x_1 + 70x_2 \leq 980$$

$$25x_1 + 35x_2 \leq 875$$

$x_1, x_2 \geq 0$

$x_1 = x_2 = 0$ - координатное пер-е

$$40x_1 + 25x_2 + x_3 = 1000$$

$$35x_1 + 28x_2 + (x_3) = 980$$

$$75x_1 + 35x_2 + (x_5) = 875 \quad x_1, x_2, x_5 \geq 0$$

$$E = 1,2x_1 + 1,4x_2 \rightarrow \max$$

$$X_5 = 1000$$

$K_4 = 900$ - искомое.

$K_5 = 8.95$ Joules

BM	X1	X2	X3	X4	X5	EP
E	-1,2	-1,4	0	0	0	0
X3	10	25	1	0	0	1000
X4	35	28	0	1	0	980
X5	25	35	0	0	1	875
E	-0,1	0	0	0	0,04	35
X3	22,143	0	1	0	-0,114	375
X4	15	0	0	1	-0,8	180
X2	0,7142	1	0	0	0,0165	25
E	0	0	0,009	0	0,0335	38,361
X1	1	0	0,0451	0	-0,032	16,935
X4	0	0	-0,017	1	-0,0316	25,968
X2	0	1	-0,032	0	0,0516	12,903

Ombem: $x_1 = 16,955$ $x_2 = 11,903$ $x_3 = 25,968$ $E = 38,387$

Задача 55.

Фирма производит краску 2-х видов, причем получает от реализующих эту краску А 3 тыс. р, а краску В 2 тыс. р. Для производства используется сырье

Продукт	выход продукта на 1 т сырья А	Сырьевой запас	Сырьевой запас, т
Продукт 1	1	2	6
Продукт 2	2	1	8

Анализ рынка сбыта показал, что суммарный спрос на краску В никогда не превышает спрос на краску А более чем на 1 т.

Спрос на краску В никогда не превышает 2 т сырьем.

Опр-ть суммарной план. произв. в краски, максимизирующей прибыль фирм.

Решение.

x_1 (т) - прод. кол-во краски А, произв. за 1 сут.
 x_2 (т) - кол-во краски В, произв. за 1 с

$$E = 3000x_1 + 2000x_2 \rightarrow \max \quad \text{прибыль фирмы}$$

Ограничения:

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_2 - x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

Приведем задачу к стандарт. форме

$$x_1 + 2x_2 + (x_3) = 6$$

$$2x_1 + x_2 + (x_4) = 8$$

$$x_2 - x_1 + (x_5) = 1$$

$$x_2 + (x_6) = 2$$

$$E = 3000x_1 + 2000x_2 \rightarrow \max$$

x_3, x_4, x_5, x_6 - базисные переменные.
 $x_1 = x_2 = 0$ - не базисные переменные.
 Цельная функция: $E = 3000x_1 - 2000x_2 = 0$

Исходная симплекс-таблица:

БП	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	БР
E	-3000	-2000	0	0	0	0	0
x_3	1	2	1	0	0	0	6
x_4	2	1	0	1	0	0	8
x_5	-1	1	0	0	1	0	1
x_6	0	1	0	0	0	1	2

E	0	-500	0	1500	0	0	11000
x_3	0	1,5	1	-0,5	0	0	2
x_1	1	0,5	0	0,5	0	0	4
x_5	0	1,5	0	0,5	1	0	5
x_6	0	1	0	0	0	1	2

E	0	0	333,33	1333,3	0	0	12667
x_2	0	1	0,6666	-0,333	0	0	1,3333
x_1	1	0	-0,333	0,6666	0	0	3,3333
x_5	0	0	-1	1	1	0	3
x_6	0	0	-0,666	0,3333	0	1	0,6666

Отсюда получено: $x_1 = 3,33$
 $x_2 = 1,33$
 $x_3 = 3$
 $x_4 = 0,61$

$$E = 12666,61$$

Всего нужно закупить 3,33 т краски А
и 1,33 т краски В, чтобы получить так
получилось в размере 12666,61 долларов.

Задача 26

Фирма производит электровыключатели типа 1 и 2. Производительность изготовленных выключателей типа 1 вдвое больше производительности из-готовит. типа 2.

Если бы фирма производила только выключатели типа 1, то суточный объем произв. в ней бы составил 1000 выключателей.

Суточная поставка медного провода обогрывает изготовленные в фирме 800 выкл. обоих типов.

Для изг. выключателей тред. спеч. изолятор, причем для выкл. типа 1 их можно получить не более 400 штук, а для выкл. типа 2 не более 700 штук.

Опр-ть план производства эл. выключателей, максимизирующей суточное прирбиль фирм, если к той же самой фирме прирбиль 4 и 3 в соотнош.

Решение

x_1 - объем производства выключателей типа 1

x_2 - объем производства выключателей типа 2

$$E = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \text{ прирбиль}$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 + x_2 \leq 800$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2x_1 + x_2 \text{ (} x_3 \text{)} = 1000$$

$$x_1 + x_2 \text{ (} x_4 \text{)} = 800$$

$$x_1 \text{ (} x_5 \text{)} = 400$$

$$x_2 \text{ (} x_6 \text{)} = 700$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$E - 4x_1 - 3x_2 = 0$$

Исходная симплекс-таблица

БР	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	БР
E	-4	-3	0	0	0	0	0
x_3	2	1	1	0	0	0	1000
x_4	1	1	0	1	0	0	800
x_5	[1]	0	0	0	1	0	400
x_6	0	1	0	0	0	1	700

Конечная симплекс-таблица

БР	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	БР
E	0	0	1	2	0	0	2600
x_2	0	1	-1	-2	0	0	600
x_5	0	0	-1	1	1	0	200
x_1	1	0	1	-1	0	0	200
x_6	0	0	1	-2	0	1	100

max: $(x_1, x_2) = (200, 600)$ gem
 $E = 2600 (\$)$

Задача 54

Фирма производит выпуск мужских и женских костюмов. На мужской костюм надо 3,5 м ширины, 1,05 м лавсана и 1 чел/день швейного труда. На женский костюм 1 м ширины, 0,2 м лавсана и 1 чел/день швейного труда. В наличии 360 м ширины, 240 м лавсана и 150 чел/дней швейного труда. План продаж матрицает выпуск не менее 110 костюмов женских и не менее 1400 \$. Определить план пр-ва костюмов максим. прибыли фирмы, если прибыль от реализации мужского костюма 20 \$, женского 10 \$. Задачу решить с помощью двухэтапного метода.

Решение.

Исход. ресурсы	Затраты	Расход ресурсов на 1 костюм мужской	на 1 женский
ширина	360 м	3,5 м	1 м
лавсан	240 м	0,5 м	0,2 м
чел/день	150 чел/день	1 чел/день	1 чел/день
прибыль, \$		20 \$	10 \$

x_1 - кол-во выпускаемых мужских костюмов
 x_2 - кол-во выпускаемых женских костюмов

$$\begin{aligned}
 3,5x_1 + x_2 &\leq 360 \\
 0,5x_1 + 0,2x_2 &\leq 240 \\
 x_1 + x_2 &\leq 150 \\
 x_1 + x_2 &\geq 110 \\
 20x_1 + 10x_2 &\geq 1400
 \end{aligned}$$

$$E = 20x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$3,5x_1 + x_2 + (K3) = 350$$

$$0,5x_1 + 2x_2 + (K4) = 240$$

$$x_1 + x_2 + (K5) = 150$$

$$x_1 + x_2 - x_6 = 110$$

$$20x_1 + 10x_2 - x_7 = 1400$$

$$x_1 \dots x_7 \geq 0$$

$$E = 20x_1 - 10x_2 \rightarrow 0$$

$$3,5x_1 + x_2 + (K3) = 350$$

$$0,5x_1 + 2x_2 + (K4) = 240$$

$$x_1 + x_2 + (K5) = 150$$

$$x_1 + x_2 - x_6 + (K6) = 110$$

$$20x_1 + 10x_2 - x_7 + (K9) = 1400$$

$$x_1 \dots x_9 \geq 0$$

$$E = 20x_1 - 10x_2 \rightarrow 0$$

$$W = x_8 + x_9 \rightarrow \min$$

$$-W = -x_8 - x_9 \rightarrow \max$$

$$x_8 = 110 - x_1 - x_2 + x_6$$

$$x_9 = 1400 - 20x_1 - 10x_2 + x_7$$

$$W = 1510 - 21x_1 - 11x_2 + x_6 + x_7$$

$$-W = -1510 + 21x_1 + 11x_2 - x_6 - x_7$$

$$-W + 21x_1 + 11x_2 + x_6 + x_7 = -1510$$

x_3, x_4, x_5, x_8, x_9 - базисные пер. р
 $x_1 = x_2 = x_6 = x_7 = 0$ - не базисные переменные

BM

E

-W

x3

x4

x5

x8

x9

E

-W

x3

x4

x5

x8

x1

E

-W

x3

x4

Задача 510.

Банк предоставляет 20 тыс \$ на жилищно-коммунальное строительство участка площадью 100 м² с двумя типами оборудованных автомобилей. Оборудование типа А стоит 5 тыс \$, занимает площадь 30 м², дает за смену 4 тыс ед. продукции. Оборудование типа В стоит 2 тыс \$, занимает 5-10 м², дает за смену 3000 ед. продукции. Определить оптимальный вариант жилищно-коммунального строительства, если оборудовано его так, чтобы тв. расходы мин. (Тензор).

Решение:

x_2 - кол-во единиц оборудования А

x_1 - кол-во единиц оборудования В.

Ограничения:

$$5000x_2 + 7000x_1 \leq 20000 \quad (\text{на стоимость})$$

$$30x_2 + 10x_1 \leq 100 \quad (\text{на площадь}).$$

$$x_2, x_1 \geq 0 \quad x_1, x_2 - \text{целые}$$

цельная функция: $E = 3000x_2 + 4000x_1 \rightarrow \max$

$$5000x_2 + 7000x_1 + (x_2) = 10000$$

$$30x_2 + 10x_1 + (x_1) = 100$$

$$E - 3000x_2 - 4000x_1 = 0$$

Задача частично упрощается.

Решим задачу симплекс-методом

$$x_2 = 1$$

$$x_1 = 7.5 \quad (7.5)$$

$$E = 28500$$

Это решение оптимальное, поскольку симплекс

Уточним решение.

метод ветвей и границ.

Начавши с $x_1 \leq 2$, $x_2 \geq 8$ и усложним решение

$$x_1 \leq 2$$

$$T_1$$

$$x_2 \geq 8$$

$$T_2$$

Т.к. T_1 и T_2 имеют одинаковую оценку, то
решим задачу из них, например, T_1

$$T_1$$

$$x_1 = 2, x_2 = 8$$

$$x_1 = 2$$

$$E = 29400$$

Решим задачу, выходящую из T_1 и T_2

$$T_3$$

$$T_4$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \geq 9$$

T_3 и T_4 имеют оценку меньше, чем T_1

Решим T_2

$$T_2$$

$$x_1 = 0,66$$

$$x_2 = 8$$

- получим решение

$$E = 28666$$

Запишем все на T_5

$$T_5$$

$$x_1 \leq 1$$

Т.к. оценка T_3 и $T_4 >$ значения E в T_5 , то решим

$$T_3$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 8$$

$$E = 28000$$

ТНР

Вышла T_4 , выведем значение E в T_4

$$T_4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 9$$

$$E = 29000$$

ТНР

Решение ТН

Выведем оценку

Оптимальное решение

$$x_1$$

$$x_2$$

$$E$$

$$x_1 = 1$$

$$E = 25$$

$$T_2$$

$$x_1 = 1$$

$$T_3$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 9$$

$$E = 28000$$

$$E = 28000$$

$$T_4$$

Ответ: (1, 8)

последняя

$$E$$

$$x_1$$

$$E$$

$$0$$

$$x_2$$

$$1$$

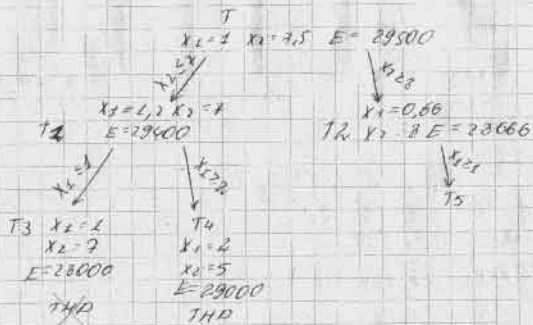
$$x_1$$

$$0$$

Решение Т4 принимаем, т.к. $31.5 < E < 31.8$
 Показав другим $0.75 \Rightarrow$ Т5 решают из кода
 отсюда решение

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 5 \\ E &= 29000 \end{aligned}$$

Список возможных ходов.



Ответ: $(x_1, x_2) = (1, 5) \quad E = 29000$

Матрица выигрышей
 по отношению к другим игрокам

Иг	x_1	x_2	x_3	x_4	EP
E	0	0	1250	25	29500
x_1	1	0	0.5	-0.05	1
x_2	0	1	-0.75	0.115	7.5

Iteration

	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
BN	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	BP
E	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	0
-W	-24	-11	0	0	0	1	1	0	0	-1510
x_3	3,5	1	1	0	0	0	0	0	0	350
x_4	0,5	2	0	1	0	0	0	0	0	240
x_5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	150
x_8	1	1	0	0	0	-1	0	1	0	110
x_9	20	10	0	0	0	0	-1	0	1	1400
E	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	1400
-W	0	0,5	0	0	0	1	-0,05	0	1,05	-40
x_3	0	0,75	1	0	0	0	0,15	0	-0,15	105
x_4	0	1,75	0	1	0	0	0,15	0	-0,015	205
x_5	0	0,5	0	0	1	0	0,05	0	-0,05	80
x_8	0	0,5	0	0	0	-1	0,05	1	-0,05	10
x_{12}	1	0,5	0	0	0	0	-0,05	0	0,05	70
E	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	1400
-W	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x_3	0	0	1	0	0	-1,5	0,25	1,5	-0,25	165
x_4	0	0	0	1	0	3,5	0,15	-3,5	0,15	65

x_5	0	0	0	0	1	1	0	-1	0	40
x_2	0	1	0	0	0	-1	0,1	2	-0,1	80
x_1	1	0	0	0	0	1	-0,1	-1	0,1	30

II. Iteration

BN	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	BP
E	0	0	0	0	0	-1	0	1400
x_5	0	0	1	0	0	-1,5	0,25	165
x_4	0	0	0	1	0	3,5	-0,15	65
x_5	0	0	0	0	1	1	0	40
x_2	0	1	0	0	0	-2	0,1	80
x_1	1	0	0	0	0	1	-0,1	30

E	0	0	4	0	0	-6	0	2060
x_7	0	0	4	0	0	-6	1	660
x_4	0	0	0,6	1	0	2,6	0	164
x_5	0	0	0	0	1	1	0	40
x_2	0	1	-0,4	0	0	-1,4	0	14
x_1	1	0	0,4	0	0	0,4	0	96

E

x_7

x_4

x_6

x_2

x_1

Problem: (x_1, x_2)

E	0	0	4	0	6	0	0	2300
x_7	0	0	4	0	6	0	1	900
x_4	0	0	96	1	16	0	0	60
x_6	0	0	0	0	1	1	0	40
x_2	0	1	-0,4	0	1,4	0	0	70
x_1	1	0	0,4	0	-0,4	0	0	80

Problem: $(x_1, x_2, x_4, x_6, x_7) = (80, 70, 60, 40, 900)$

$$E = 2300$$

Задача 58.

Прилив трёх сы угля с содержанием фосфора не более 0,03% и с общей золеной приливы не более 3,25% 3 сорта угля А, В, С производится по след ценам за 1 т

Сорт угля	Содерж. прилив фосфора %	Сод. прилив золен, %	цена (руб)
А	0,06	2	30
В	0,04	4	30
С	0,02	3	45

Определить состав угольной смеси, соответствующий минимальной на содержание приливы и максимальной мин стоимости.

Решение

x_1, x_2, x_3 (т) - содержание угля сортов А, В, С соответственно в 1 т смеси

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$0,06x_1 + 0,04x_2 + 0,02x_3 \leq 0,03$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 3,25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$E = 30x_1 + 30x_2 + 45x_3 \rightarrow \min$ - стоимость 1 т смеси

$$0,06x_1 + 0,04x_2 + 0,02x_3 + x_4 = 0,03 \quad (1)$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_5 = 3,25 \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (3)$$

$$-E + 30x_1 + 30x_2 + 45x_3 = 0$$

Итак в готовой смеси используемого переменной

x_6

$$0,06x_1 + 0,04x_2 + 0,02x_3 + x_4 = 0,03$$

$$-E + 30x_1 + 30x_2 + 45x_3 = 0$$

$$W = x_6 = 1$$

$$x_6 = 1$$

$$W = 1 - x_1 - x_2 - x_3$$

$$-W + 1 = 0$$

$$x_4 = 0,03$$

$$x_5 = 0$$

Минимум

$$b_i \quad x_i$$

$$-E \quad 30$$

$$-W \quad -1$$

$$x_6 \quad 1$$

$$x_4 \quad 0,03$$

$$x_5 \quad 0$$

$$-E \quad 0$$

$$-W \quad 0$$

$$x_6 \quad 0$$

$$x_1 \quad 1$$

$$x_5 \quad 0$$

$$0,06x_1 + 0,04x_2 + 0,02x_3 + x_4 = 0,03$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_5 = 3,25$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 1$$

$$-E + 30x_1 + 30x_2 + 45x_3 = 0$$

$$W = x_6 \rightarrow \min \quad \text{— наименьшее значение функции}$$

$$x_6 = 1 - x_1 - x_2 - x_3$$

$$W = 1 - x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$-W + 1 - x_1 - x_2 - x_3 = 0$$

$$x_4 = 0,03, \quad x_5 = 3,25, \quad x_6 = 1 \quad \text{— значения неограниченности}$$

$$x_3 = x_1 = x_2 = 0$$

eliminationsverfahren W.

BP	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	BP
-E	30	30	45	0	0	0	0
-W	-1	-1	-1	0	0	0	-1
x_6	1	1	1	0	0	1	1
x_4	0,06	0,04	0,02	1	0	0	0,03
x_5	2	4	3	0	1	0	3,25
-E	0	10	35	-500	0	0	-15
-W	0	-0,333	-0,666	16,667	0	0	-0,5
x_6	0	0,333	0,666	-16,66	0	1	0,5
x_1	1	0,666	0,333	16,666	0	0	0,5
x_5	0	2,666	1,333	-33,33	1	0	2,25

Матрица

-E	0	-1,5	0	375	0	-51,5	-44,25
-W	0	0	0	0	0	1	0
X3	0	0,5	1	-25	0	1,5	0,75
X2	1	0,5	0	25	0	-0,5	0,25
X5	0	1,5	0	25	1	-3,5	0,5

Сокращенная симплекс-таблица

БП	И	X1	X3	X4	X5	БП
-F	0	-1,5	0	375	0	-44,25
X3	1	0,5	1	-25	0	0,15
X2	1	0,5	0	25	0	0,25
X5	0	1,5	0	25	1	0,5

-E	0	0	0	500	5	-31,75
X3	0	0	1	-33,33	-0,33	0,5833
X1	1	0	0	16,667	-0,33	0,0833
X2	0	1	0	16,667	0,666	0,5333

Оптим. решение: $(X_1, X_2, X_3) = (0, 0,833, 0,5833)$

$$F = 36,75$$

Ответ: 1) Максимум достигнут в вершине при $X_1=0, X_2=0,833, X_3=0,5833$ и $F=36,75$

2) Минимум достигнут в вершине при $X_1=0, X_2=0,833, X_3=0,5833$ и $F=36,75$

Максимум
достигнут
в вершине (3, 0)

Определение

X3 = 3 введ
X5 = 0
Продукт 1
м.р. 560

X5 = 3 введ
спрос на X
X4 = 0, X
спрос на

X6 = 0,66
таблица

1) Максимум
достигнут в
вершине

Оптим. з...

X1 = 3
X2 = 0
X3 = 3
X4 = 0
X5 = 0,66
X6 = 0,66

недостигнут
максимум
в вершине

Итак на чувствительности к изменениям
спрашиваем на расход продукта b

Увеличим правую часть ср-я на $b+d$

$$x_1 = 3,33 + 0,66d$$

$$x_2 = 1,33 - 0,33d$$

$$x_5 = 3 + d$$

$$x_6 = 0,66 + 0,33d \quad E = 12667 + 1333,3d$$

$$x_1, x_2, x_5, x_6 \geq 0$$

$$3,33 + 0,66d \geq 0$$

$$1,33 - 0,33d \geq 0$$

$$3 + d \geq 0$$

$$0,66 + 0,33d \geq 0$$

$$d \in [-2,43]$$

т.е. расход продукта b может измениться на $\pm 2,43$ из диапазона $[6,12,7]$

Анализ на чувствительности к изменению коэффициентов функции

сутью кт целевой функции при x_1 равной 3000, изменим на d

$$3000 + d$$

значения x_6 строки (при производимой пер x_1)

$$F_3 = 353,33 - 0,66d$$

$$F_4 = 1333,3 + 0,66d$$

$$E = 12667 + 3,33d$$

чтобы были оптимальны, $F_3, F_4 \geq 0$

$$353,33 - 0,66d \geq 0$$

$$1333,3 + 0,66d \geq 0$$

$$d \in [-10,10; 10,10]$$

к т целевой функции при x_1 имеет приращение значения из диапазона $[960; 4010]$

Если бюджет из этого диапазона, то задача станет неоптимальной, т.е. или F_3 или F_4 станет < 0 и для поиска оптимального решения надо решать задачу данной оптимизации заново.

Важно отметить, что при изменении бюджета на 30 м. у.м. обороты замедлятся, поэтому при его так

x_1 - как в

x_1 - как в

Ограничения

5000

30

Числовое

5000

30

E

Задача

Решение

Это решение

Задача 54.

В уже известной 44 см² требуется установить станки 2-х типов, на приобретение и рмр

поэтому переменного, за е и факт ищется так подробно такто

$$\text{это } x_2 = 4 + 0,5$$

вставили дан. ограничения

$$1,5x_3 + 1,4x_4 \geq 0,5 \quad x_3, x_4 - \text{идеальные}$$

$$1,4 = 0,125$$

$$1,5 = \frac{0,85}{0,85 \cdot 1} \cdot (1 - 0,15) = 0,85$$

$$0,25x_3 + 0,125x_4 \geq 0,5$$

стандартный вид

$$-0,25x_3 - 0,125x_4 + (x_5) = -0,5$$

x_5 - избыточные.

добавили строку и столбец к полученной таблице.

БР	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	БР
E	0	0	1150	25	0	29500
x_1	1	0	0,5	-0,05	0	1
x_2	0	1	-0,15	0,125	0	4,5
x_5	0	0	-0,75	-0,125	1	-0,5

x_5 - безразлично

$$\frac{1150}{-0,75} = -1533,33$$

$$-0,125 - 0$$

БР

E

x_1

x_2

x_4

Решение

x_2

x_3

БР

E

x_1

x_2

x_4

x_6

нине потенциал составили ур-я для определе-
ния

$$U_1 + U_2 = 8 +$$

$$U_1 + U_4 = 6 +$$

$$U_2 + U_1 = 5 +$$

$$U_2 + U_3 = 4 +$$

$$U_3 + U_5 = 5 +$$

$$U_3 + U_5 = 3 +$$

$$U_4 + U_2 = 10 +$$

$$U_4 + U_2 = 8 +$$

Пусть $U_1 = 0 +$ $U_1 = 8 +$

$$U_2 = -8 +$$

$$U_3 = -1 +$$

$$U_4 = 2 +$$

$$U_5 = 4 +$$

Определим разности для свободных элементов
опорного плана

$$S_{11} = 10 - (0 + 7) = 3$$

$$S_{13} = 9 - (0 + 6) = 3$$

$$S_{15} = 5 - 4 = 1$$

$$S_{21} = 6 - (-2 + 8) = 0$$

$$S_{24} = 3 - (-2 + 6) = 1$$

$$S_{25} = 8 - (-2 + 4) = 6$$

$$S_{31} = 9 - (-1 + 7) = 3$$

$$S_{32} = 7 - (-1 + 8) = 0$$

$$S_{34} = 4 - (-1 + 6) = -1$$

$$S_{41} = 14 - (2 + 7) = 5$$

$$S_{44} = 8 - (2 + 6) = 0$$

$$S_{45} = 8 - (2 + 4) = 2$$

Опорный план не оптимальный, т.к.

$$S_{24} = S_{34} = -1$$

определим Δ $(3, 4) - (1, 4) - (1, 2) - (4, 2) -$

$-(4, 3) - (3, 3)$ и получим новый план

х₁₂ исключается из базиса.

10	6	
5	6	
17		
9		
14	10	
17	22	

$$S_{11} = 10$$

$$S_{13} = 9$$

$$S_{15} = 5$$

$$S_{21} = 6$$

$$S_{24} = 3$$

$$S_{25} = 8$$

Пробег:

плановый

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = 639$$

10	8	9	6	5	
	25		4		15
5	6	4	3	8	32
17		15			
9	2	5	4	3	
		6	10	24	40
14	10	8	8	8	
		20			20

$$\begin{aligned}
 17 & 22 & 41 & 14 & 24 \\
 u_1 + u_2 &= 80 + \\
 u_1 + u_4 &= 6 + \\
 u_2 + u_4 &= 5 \\
 u_2 + u_3 &= 4 + \\
 u_3 + u_3 &= 5 + \\
 u_3 + u_4 &= 4 + \\
 u_3 + u_5 &= 8 + \\
 u_4 + u_3 &= 8 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_{11} &= 10 - 8 = 2 \\
 s_{12} &= 9 - 7 = 2 \\
 s_{25} &= 5 - 5 = 0 \\
 s_{22} &= 6 - (-3 + 8) = 1 \\
 s_{23} &= 3 - (-3 + 6) = 0 \\
 s_{25} &= 8 - (-3 + 5) = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= 0 & u_2 &= 8 \\
 u_2 &= -3 & u_3 &= 8 \\
 u_3 &= -2 & u_4 &= 7 \\
 u_4 &= 1 & u_5 &= 6 \\
 u_5 &= & u_5 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_{31} &= 9 - (-2 + 8) = 3 \\
 s_{32} &= 7 - (-2 + 8) = 1 \\
 s_{41} &= 14 - (1 + 8) = 5 \\
 s_{42} &= 10 - (1 + 8) = 1 \\
 s_{44} &= 8 - (1 + 6) = 1 \\
 s_{45} &= 8 - (1 + 1) = 6
 \end{aligned}$$

Bo 609:

Решите-ка систему уравнений:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 10 & 40 \\ 17 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 10 & 24 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = 639$$

Задача 514

Получим нач. опорный план методом мин. элементов.

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
F_1	12	11	17	44	50
F_2	18	16	16	16	25
F_3	12	14	19	17	25
	15	20	20	30	

это задача с неравновесием
балансов

Введем одно фиктивное звено

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	
F_1	12	11	17	14	0	50
F_2	18	16	16	16	0	25
F_3	12	14	19	17	0	25
	15	20	20	30	15	

$x_{15} = 15$ Вспомогательное звено

$x_{32} = 15$ Вспомогательное звено

$x_{14} = 30$ - 11-40-е звено

$x_{32} = 10$ - 11-3-е строку

$x_{22} = 10$ - 11-2-е строку

$x_{23} = 15$ - 11-2-е строку

$x_{13} = 5$

$E = 1425$

x_{11} включаем

Новый план

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
F_1	12	11	17	14	30
F_2	18	16	16	16	4
F_3	12	14	19	17	1
	15	20	20	30	

x_{25} включаем

Новый план

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
F_1	12	11	17	14	30
F_2	18	16	16	16	4
F_3	12	14	19	17	1
	15	20	20	30	

План оптим.

наблюд

15- безугловый стержень

$$\begin{array}{r} 1250 \\ - 0,15 \cdot 5000 \\ \hline 25 \\ - 0,115 \cdot 200 \\ \hline -200 \end{array}$$

$$1-50001 > 1-1001$$

14 безугловый стержень.

-0,125 - безугловый элемент

б.п.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	б.р.
E	0	0	1100	0	200	29400
x_1	1	0	0,8	0	-0,4	1,2
x_2	0	1	1,5	0	1	7
x_4	0	0	6	1	-8	4

Решение симплексным

$$x_2 = 1 + 0,4$$

$$1,3x_3 + 1,5x_5 \geq 0,2$$

$$1,3 = 0,8 \quad 1,5 = \frac{0,2}{0,8 - 1 \cdot (-0,4)} = 0,2$$

$$0,8x_3 + 0,6x_5 \geq 0,2$$

$$-0,2x_3 - 0,6x_5 + 0,2 = -0,4$$

б.п.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	б.р.
E	0	0	1100	0	200	0	29400
x_1	1	0	0,8	0	-0,4	0	1,2
x_2	0	1	1,5	0	1	0	7
x_4	0	0	6	1	-8	0	4
x_6	0	0	1-0,8	0	-0,8	1	-0,2

Хв неким из Јазиса

$$\frac{1100}{-0.8} = -1375 \quad \frac{100}{-0.1} = -2000$$

13 вимогами в Язич

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	BP
F	0	0	0	0	0.25	1.75	2.975
x_1	1	0	0	0	-0.5	1	1
x_2	0	1	0	0	1.167	-4.833	7.333
x_4	0	0	0	1	-2.25	7.5	0.5
x_3	0	0	1	0	0.125	-1.25	0.25

$$x_2 = 71.9375$$

$$N5 \times 5 + N6 \times 6 = 20,315$$

$$h_5 = 0.107$$

$$h6 = 0,125$$

$$-0,187 \times 5 - 0,125 \times 6 + 1 \times 7 = 0,375$$

К получившей ранее таблице добавляется новая строка и столбец

Q_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Q_2
E	0	0	0	0	0.25	0.75	0	0.9125
x_1	1	0	0	0	-0.5	1	0	1
x_2	0	1	0	0	0.1875	-0.015	0	1.375
x_4	0	0	0	1	-0.15	0.5	0	2.5
x_5	0	0	1	0	0.125	-0.15	0	0.75
x_7	0	0	0	0	-0.187	-0.115	1	-0.875

х7 иены-и изобразив, х5 выносами

611	21
E	0
x1	1
x2	0
x4	0
x3	0
x5	0

Umóem:

Вурге по
стали 2-х
водило 4
защитит
ать за с
и из м
Станой т
защитает в
40 из м
защитает и
надо в
милла в.

Определено
на 90 при
продолжении

x_1 - κω. 00
 x_2 - κω. 00

 $5000 \times$

17. Vx

40

 $E = 21$

x_1	x_2	x_1	x_4	x_5	x_6	x_7
0	0	0	0	0	13333	3333
1	0	0	0	0	1333	-1001
1	1	0	0	0	0,666	0,333
0	0	0	1	0	13333	-46,66
0	0	1	0	0	-1333	0,666
0	0	0	0	1	0,666	-4,333

ответ: $(x_1, x_2) = (10, 5)$ $E = 29000$

Задача 211.

Пурке производит 74 м² трико установившие
ставки 2-х типов, на приобретение к пол-
водней 41 м² ткани с относительной влаж-
ностью 12 м² трико, выработавшей водост-
ность за единицу 70 водост. Затраты на пр 60
6459 м² ткани 108 цена при покупке 50\$
Остаток ткани с относительной 4 м² \$
зачисляется на выработку водостности за единицу
40 459 м² ткани 1508 цена при покупке, 25\$
затраты на пр 60 6459, предварительно
надо выкупить за единицу м² ткани 100 459
ткань.

Вопрос: сколько единиц ткани
надо приобрести, чтобы обеспечить высту-
плением с тех, производим.

решение:

x_1 - кол-во единиц 2-х

x_2 - кол-во единиц 74

$$6000x_1 + 4000x_2 \leq 42000$$

$$12x_1 + 8x_2 \leq 74$$

$$40x_2 \geq 100 \quad x_1, x_2 > 0 \quad \text{целые числа}$$

$$E = 20 \cdot 10x_1 + 25 \cdot 10x_2 \rightarrow \max \quad E = 1400x_1 + 2500x_2$$

Решим задачу симплекс методом

$$x_6 = 410,3$$

БР	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	БР
E	0	0	11,25	0	116,67	2500,3
x_2	0	1	-0,015	0	0	25
x_4	0	0	25	1	-500	2500
x_1	1	0	0,0125	0	0,0753	4,9161

$$x_4 = 4,9166$$

$$x_1 = 25$$

$$E = 2508,3 \quad - \text{неиспользуемые ресурсы}$$

Решим задачу методом Ромера.

$$x_2 = 410,916$$

Отсчитываем:

$$-0,016x_5 - 0,003x_6 + (x_6) = -9916$$

БР	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	БР
E	0	0	11,25	0	116,67	0	2500,3
x_1	0	1	-0,015	0	0	0	25
x_4	0	0	25	1	-0,5	0	25
x_5	1	0	0,0125	0	0,0033	0	4,9162
x_6	0	0	0,013	0	-0,003	1	-0,916

E	0	0	0	0	41,667	900	6683,3
x_2	0	1	0	0	0,1666	-2	0,533
x_4	0	0	0	1	-0,666	1	0,666
x_1	1	0	0	0	0	1	4
x_3	0	0	1	0	0,666	-80	13,333

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 4,533$$

E = 6683,3 - неиспользуемые ресурсы

Решим

$$-0,166$$

БР	x_1
E	0
x_2	0
x_4	0
x_1	1
x_3	0
x_2	0

E	0
x_2	0
x_4	0
x_1	1
x_3	0
x_5	0

Решим

Ответ.

$$x_6 = 4 + 0,333$$

Допущение

$$-0,166x_5 + x_7 = -0,333$$

П	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	E
1	0	0	0	0	4,666	900	0	6600
x_2	0	1	0	0	0,1666	-2	0	4,333
x_4	0	0	0	1	-0,666	2	0	0,666
x_1	1	0	0	0	0	1	0	4
x_3	0	0	1	0	0,666	-10	0	13,33
x_7	0	0	0	0	-0,166	0	1	-0,333

E	0	0	0	0	0	900	150	6600
x_2	0	0	0	0	0	-2	1	4
x_4	0	0	0	1	0	2	-4	2
x_1	1	0	0	0	0	1	0	4
x_3	0	1	1	0	0	-10	+40	60
x_5	0	0	0	0	1	0	-6	4

$$x_1 = 4 \quad E = 6600$$

$$x_6 = 4$$

Допущение выполнено.

$$\text{Ответ: } (x_1, x_6) = (4, 4) \quad E = 6600$$

Задача 51а

Предприятие имеет 100 единиц металла и 100 единиц топлива. Произв-ть единиц металла 1 стоит 40 ден. В единицу идет 11 или 35 ден/сумм. ден/лн.

Произв-ть от металла 15 ден/сумм 11

или 30 ден/сумм 11

В начале работы выпуск составляет 11 единиц 11, при этом отсчитывая предприятие должно выкупить не менее 1510 ден 11 и не более 4500 ден 11.

Отсюда можно считать, что предприятие, если так вышло, должно приобрести, если рассуждая 1 ден 11, а ден 11 - 4 ден.

Решение:

x_1 - кол-во единиц 11, выкуп ден 11

x_2 - кол-во 11 - 12, выкуп 11

x_3 - 11 - 11 - 11 - 11

x_4 - 11 - 11 - 11 - 11

$$E = 6(20x_1 + 15x_2) + 4(35x_3 + 30x_4) \rightarrow \max$$

$$E = 120x_1 + 140x_2 + 90x_3 + 120x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_3 + x_4 \leq 200$$

$$20x_1 + 15x_2 \geq 1510$$

$$35x_3 + 30x_4 \geq 4500$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

условия задачи.

Решение 3а

SP	x_1	x_2	x_3
E	-120	-140	-90
-W	-20	-35	-30
x_9	20	0	1
x_{10}	0	35	0
x_7	1	1	0
x_8	0	0	1

Решение

Решение

$$x_1 = 75$$

$$x_3 = 0,66$$

$$E = 36$$

отсюда

Решить задачу симплекс методом

СП	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
E	-20	-140	-80	-120	0	0	0	0	0	0	(2)
-W	-20	-35	-15	-30	1	1	0	0	0	0	0
x_9	20	0	15	0	-1	0	0	0	1	0	(3)
x_{10}	0	35	0	30	0	-1	0	0	0	1	(4)
x_7	1	1/4	0	0	0	0	1	0	0	0	(5)
x_8	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	(6)

Получили в результате

$$x_1 = 25,49999$$

$$x_4 = 200$$

$$x_2 = 14,5$$

$$x_3 = 0$$

$$x_6 = 2357,5$$

$$E = 38490$$

решения целочисленного.

$$x_1 = 45,49$$

$$x_2 = 24,5 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 100$$

$$E = 36490$$

$$x_1 = 25$$

$$x_2 = 14,5$$

$$x_3 = 0,666 \quad x_4 = 199,333$$

$$E = 36480$$

$$x_1 = 26$$

$$x_2 = 14$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 200$$

$$E = 36480$$

Т.к. $E = 36480$ — оптимальное решение.

$$\text{Ответ: } (x_1, x_2, x_3, x_4) = (26, 14, 0, 200)$$

$$E = 36480$$

задача 6.13
получили начальными опорными планом
методом Фрэнк

10	8	9	6	5					
11			14		25	1	1	(2)	1
5	6	4	3	8					
12		15			32	1	1	1	(2)
9	7	5	4	3					
		16		24	40	1	1	1	2
14	10	8	8	8					
	10	10			20	2	2	2	2
12	21	41	14	24					
(4)	1	1	1	2					
	2	1	1	(2)					
	1	1	1						
	1	1							
	1	(3)							
	2	1							

- 1) max разность 4 $x_{21}=17$ Искотаем 1 столбец
- 2) max разность 2 $x_{35}=24$ Искотаем 5 столбец
- 3) max разность 2 $x_{14}=14$ Искотаем 4 столбец
- 4) max разность 2 $x_{23}=15$ Искотаем 2 строку
- 5) max разность 3 $x_{33}=16$ Искотаем 3 строку
- 6) max разность 2 $x_{43}=10$ Искотаем 3 столбец
- 7) max разность 2 $x_{12}=11$ $x_{42}=10$

Начальными опорными планом:
 $P=649$

10	8	9	6	5					
11			14		25				
5	6	4	3	8					
12		15			32				
9	7	5	4	3					
		16		24	40				
14	10	8	8	8					
	10	10			20				
12	21	41	14	24					

111 выполняем в 1000, x15 выполняем.

Новый план:

	z1	z2	z4	z5	
F1	11	11	17	14	0
	5			30	15
F2	10	10	16	4	0
		5	20		75
F3	12	14	19	11	0
	10	15			75
	15	20	10	30	15

$$E = 1115$$

x15 выполняем в 1000, x15 выполняем

Новый план:

122 выполняем, um 9

	z1	z2	z4	z5	
F1	13	11	12	14	0
	10			30	10
F2	10	10	16	4	0
		20			75
F3	12	14	19	11	0
	5	20			75
	15	20	10	30	15

$$E = 1210$$

План оптимальный.

130000:

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 5 & 20 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = 1210$$

Wal R. Morganum sp 8 energy 2.

S_1	U_1	$Z(S_1, U_1)$	S_2	$E_1^*(S_2)$	$E_2(S_2)$	$U_1^*(S_1)$	$E_2^*(S_1)$
0	0						
	0						
100	100						
	0						
200	100						
	200						
	0						
300	100						
	100						
	200						
	0						
	100						
400	200						
	300						
	400						
	0						
500	100						
	200						
	300						
	400						
	500						
	0						
	100						
600	200						
	300						
	400						
	500						
	600						

16

S_0	U_1	$Z(S_0, U_1)$	S_1
	0		
	100		
	100		
100	300		
	400		
	500		
	600		

Wahl 1: vorgeschlagene q & b erheben

s_0	u_1	$z(s_0, u_1)$	s_1	$E_1^*(s_1)$	$E_1(s_0)$	$u_1^*(s_0)$	$E_1^*(s_0)$
	0						
	100						
	100						
600	300						
	400						
	500						
	600						

Задача 220.

Итого закупается предметов типа 4.

$$E = \max_{x_4} \{x_4 \cdot C_4\} = \max_{x_4} \{x_4 \cdot 96\}, \text{ причем}$$

$$\max x_4 = \lfloor G/m_4 \rfloor = \lfloor 40 \rfloor = 3$$

Оптимальные решения

G	$x_4=0$	$x_4=1$	$x_4=2$	$x_4=3$	E	x_4
0	0	-	-	-	0	0
10	0	96	-	-	0	0
20	0	96	-	-	0	0
30	0	96	-	-	96	1
40	0	96	-	-	96	1
50	0	96	192	-	192	2
60	0	96	192	-	192	2
70	0	96	192	-	192	2
80	0	96	192	288	288	3

Итого закупается предметов типов 3 и 4.

$$E = \max \{x_3 \cdot C_3 + f(G - x_3 \cdot m_3) = \max \{x_3 \cdot 80 + f(G - x_3 \cdot 22)\}$$

Оптимальные решения

G	$x_3=0$	$x_3=1$	$x_3=2$	$x_3=3$	E	x_3
0	0+0	-	-	-	0	0
10	0+0	-	-	-	0	0
20	0+0	-	-	-	0	0
30	0+96	96+0	-	-	96	0
40	0+96	96+0	-	-	96	0
50	0+192	96+96	192+0	-	192	0
60	0+192	96+96	192+0	-	192	0
70	0+192	96+192	192+96	256+0	256	0
80	0+192	96+192	192+96	256+0	288	0

Итого закупается

$$E = \max \{x_1 \cdot C_1 = \max \{x_1 \cdot 40\}$$

G	$x_1=0$	$x_1=1$	$x_1=2$
0	0+0	-	-
10	0+0	-	-
20	0+0	80+0	-
30	0+96	80+0	-
40	0+96	80+96	100+
50	0+192	80+96	100+
60	0+192	80+96	100+
70	0+192	80+192	100+
80	0+192	80+192	100+

Итого закупается

$$E = \max \{x_1 \cdot C_1 = \max \{20 \cdot x_1 = \max \{x_1 \cdot 20\}$$

G	$x_1=0$	$x_1=1$	$x_1=2$	$x_1=3$
0	0+0	-	-	-
10	0+20	20+0	40+0	60+0

Итого закупается

Итого закупается
предметов
типов 2, 3, 4
предметов 8 и 88

Пусть загрузятся предметы типов 2, 3, 4

$$E = \max \{x_1 \cdot c_1 + f(4 - x_1 \cdot m_1)\} =$$

$$= \max \{x_2 \cdot c_2 + f(4 - x_2 \cdot m_2)\}$$

$$\max x_1 = [4/m_1] = 5$$

Оптимальное решение

G	$x_1=0$	$x_1=1$	$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=4$	$x_1=5$	E	x_2
0	0+0	-	-	-	-	-	0	0
10	0+0	-	-	-	-	-	0	0
20	0+0	50+0	-	-	-	-	50	0
30	0+96	50+0	-	-	-	-	96	0
40	0+96	50+0	100+0	-	-	-	100	2
50	0+192	50+96	100+0	150+0	-	-	192	0
60	0+192	50+96	100+0	150+0	-	-	192	0
70	0+192	50+192	100+96	150+0	200+0	-	242	1
80	0+192	50+192	100+96	150+96	200+0	250+0	288	0

Пусть загрузятся предметы типов 1, 4.

$$E = \max \{x_1 \cdot c_1 + f(4 - x_1 \cdot m_1)\} =$$

$$= \max \{20x_2 + f(4 - 10x_2)\}$$

$$\max x_1 = [4/m_1] = 8$$

Оптимальное решение

G	$x_1=0$	$x_1=1$	$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=4$	$x_1=5$	$x_1=6$	$x_1=7$	$x_1=8$	E	x_2
0	0+0	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	0	0
10	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	20	0
20	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	40	0
30	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	60	0
40	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	80	0
50	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	100	0
60	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	120	0
70	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	140	0
80	0+20	20+0	40+0	60+0	80+0	100+0	120+0	140+0	160+0	160	0

Итого: Оптимальное решение $(x_1, y_1, x_2, y_2) = (3, 0, 0, 0)$,

т.е. в первую надо загрузить 3 предмета типа 2, и (0,0,0) предметов типов 2, 3, 4, чтобы обеспечить max прибыль 8488 у.е.

Задача 57.

Машина:



Это одноканальное СМО типа M/M/1-FIFO

$\lambda = \frac{1}{4} = 0,25$ маш/мин - интенсивность входящего потока

$m=1$

$\bar{x} = 35$ мин - среднее время обслуживания
интенсивность обслуживания

$\mu = \frac{1}{35} = \frac{2}{7}$ маш/мин - среднее время обслуживания машиной

③ Основные характеристики.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{7}} = \frac{7}{8} = 0,875$$

$\rho = 0,875$ - коэффициент загрузки.

$\bar{S} = m \cdot \rho = 1 \cdot 0,875 = 0,875$ - среднее число заявок на обслуживание.

$P_0 = 1 - \rho = 0,125$ - вероятность простоя

$$\bar{q} = \rho^2 / (1 - \rho) = \frac{0,875^2}{0,125} = 6,125 \text{ (авт.) ср. число заявок в очереди.}$$

$\bar{x} + \bar{S} = 7,061$ ср. число заявок в СМО.

$\bar{w} = \bar{q} / \lambda = \frac{6,125}{0,25} = 24,5$ (мин) - ср. время простоя заявки в очереди.

$$\lambda = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ маш/мин}$$

3) m-го поворота

4) m-го поворота

$$\begin{aligned} P(j > 7) &= 1 - P_0 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 - P_6 \\ P_0 &= 0,125 \\ P_1 &= 0,1093 \\ P_2 &= 0,0957 \\ P_3 &= 0,08374 \\ P_4 &= 0,07327 \\ P_5 &= 0,064 \\ P_6 &= 0,056 \end{aligned}$$

$$P(j > 7) = 1 - \dots$$

4) Прибыль

$$V = R - C$$

Зачем

$$E = V$$

от

$\bar{x} = \bar{w} \cdot \bar{t} \bar{x} = 24,5 + 3,5 = 28$ (мин) - ср. время проезда
или заезда в СМО.

$\lambda = 0,15$ авто/мин - интенсивность
СМО.

2) 13-го подразделения на РЗС провозы и автономности.

$$p_7 = p^*(1-p) = 0,875 \cdot 0,125 = 0,049$$

3) 13-го подразделения на РЗС время и автономности.

$$p(j > 7) = 1 - \sum_{j=0}^7 p_j$$

$$p_0 = 0,125$$

$$p_1 = 0,109375$$

$$p_2 = 0,0957$$

$$p_3 = 0,08374$$

$$p_4 = 0,07322$$

$$p_5 = 0,064$$

$$p_6 = 0,056$$

$$p(j > 7) = 1 - 0,6 = 0,4$$

4) Проверка за время

$$V = V \cdot C \cdot T = 0,25 \cdot 8 \cdot 4800 = 9600 \text{ р. (15)}$$

$$Z_{\text{закр}} = 120 \text{ р.}$$

$$E = V - Z_{\text{закр}} = 9600 - 120 = 9480 \text{ р.}$$

$$\text{ответ: } E = 9480 \text{ р.}$$

$$p(j^* = 7) = 0,049$$

$$p(j^* > 7) = 0,4$$

Задача 515.
Решение:

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	$35 \cdot 110 = 7350$
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	$50 \cdot 170 = 8500$
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	$40 \cdot 100 = 8000$
	4000	9000	8000	5000	

это задача с неправильными балансом. Введем фиктивный магазин M_4 .

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	7350
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	8500
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	8000
M_4	3	3	4	4	2150
	4000	9000	8000	5000	

Опорное решение:

$$E = 36225$$

Исключаем базис X_{11} и X_{24}

Новый план:

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	7350
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	8500
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	8000
M_4	3	3	4	4	2150
	4000	9000	8000	5000	

Исключаем базис

X_{12}

Исключаем X_{11}

$$E = 34740$$

Новый план

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	7350
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	8500
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	8000
M_4	3	3	4	4	2150
	4000	9000	8000	5000	

Новый план

Исключаем

Новый план

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	7350
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	8500
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	8000
M_4	3	3	4	4	2150
	4000	9000	8000	5000	

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
M_1	0,5	1,3	1,2	0,8	7350
M_2	0,5	1,3	1,4	1,2	8500
M_3	0,8	0,6	1,2	1,3	8000
M_4	3	3	4	4	2150
	4000	9000	8000	5000	

Новий пив:

0,5	1,1	1,4	0,8	
		2350	5000	7350
0,5	1,3	1,4	1,7	
4000	1000	3500	+	8500
0,1	0,6	2,1	5,3	
	8000			6000
3	3	4	4	
		2150		1750

$F = 31920$

Включается X24, иски-н X23

Новосі міст

$$\begin{array}{r} 0.5 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 0.2 \\ 5000 \quad 1000 \\ 0.5 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.1 \\ 9000 \quad 1000 \quad 3500 \\ 0.2 \quad 0.6 \quad 1.1 \quad 1.3 \\ 8000 \\ 3 \quad + \quad 3 \quad - \quad 4 \quad 4 \\ 3500 \quad 2150 \end{array}$$

$E = 30870$

0.5 1.7 4.1 0.8
 6850 500 4350
 0.5 6.3 1.4 1.7
 4000 4500 8500
 0.8 0.6 4.4 1.5
 8000 6000
 3 3 4 4
 1000 450 7450
 4000 5000 4000 5000

Borbor.

Опт. решение

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 6850 & 500 \\ 4000 & 0 & 0 & 4500 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 4000 & 7750 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = 30640$$

Задача 816.

станции

	1	2	3	4
1	5	5	15	13
2	7	4	2	3
3	9	3	5	15
4	7	2	6	4

Пусть $x_{13} = 15$

$x_{34} = 15$

Каждой рабочей назначен
на станок по три затраты,
причем на 1 станок никто
не назначен.

2 и 4 станка 2 прибавим 5, станка
3 - 4, станка 4 - 3, что позволяет назначить
работно 4 на станок 1.

	1	2	3	4
1	5	10	19	5
2	7	9	6	6
3	9	8	9	18
4	7	7	10	10

Всего рабочие распределены
по станкам.

Оптимальное решение:

рабочий 1 - на станок 4,
рабочий 2 - на станок 3,
рабочий 3 - на станок 2,
рабочий 4 - на станок 1.

Min затраты = $2 + 2 + 3 + 1 = 8$ (з)

	1	2	3	4
1	10	5	9	18
2	13	19	6	12
3	3	2	4	4
4	18	9	12	17
5	11	6	14	19

Min = 28

	1	2	3	4
1	10	9	10	18
2	13	23	7	12
3	3	6	5	4
4	18	13	13	17
5	11	10	15	19

Min = 32

5) Оптимальное решение

	1	2	3	4
1	10	5	9	18
2	13	19	6	12
3	3	2	4	4
4	18	9	12	17
5	11	6	14	19

E = 39

Задача 17.

1)

	1	2	3	4	5
1	10	(5)	9	18	11
2	13	19	(6)	12	14
3	3	(2)	4	4	5
4	18	(9)	12	17	15
5	11	(6)	14	19	10

Minimum = 28

2) Календарь 2017

	1	2	3	4	5
1	10	(6)	9	10	11
2	13	20	(6)	12	14
3	(3)	3	4	4	5
4	18	(10)	12	17	15
5	11	(14)	14	19	10

Min = 29

3) Календарь 2017 + 3, Календарь 2017 + 1

	1	2	3	4	5
1	10	(9)	10	18	11
2	13	23	(4)	12	14
3	(3)	6	5	4	5
4	18	(13)	13	11	15
5	11	10	15	19	(10)

Min = 33

5) Оптимизация:

	1	2	3	4	5
1	(10)	5	9	18	11
2	13	19	(6)	12	14
3	3	2	4	(4)	5
4	18	(9)	12	17	15
5	11	6	14	19	(10)

E = 39

4) Календарь 2017 + 2
Календарь 2017 + 4
Календарь 2017 + 4

	1	2	3	4	5
1	(12)	13	14	18	11
2	15	27	(11)	12	14
3	5	10	9	(4)	5
4	18	(17)	17	17	15
5	13	14	19	19	(12)

Min = 39

Матрица: 1 - на 1, 2 - на 2, 3 - на 3, 4 - на 4, 5 - на 5.

Min = 39 (матрица)

Задача 5.12.

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

(линейн.) - опорн. на стержнях
продолгов

$$x_1 + 4x_2 \leq 5$$

(линейн.) - и - на стержнях
продолгов

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$E = x_1 + x_2 - \frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{2} \rightarrow \max$$

$$E = x_1 + x_2 - 0,5x_1^2 - 0,5x_2^2 \quad \text{точность } 0,0001$$

1) найдем градиент целевой функции

$$\text{grad } E = \left(\frac{\partial E}{\partial x_1}, \frac{\partial E}{\partial x_2} \right) = (1 - x_1, 1 - x_2)$$

2) Определим нач. точку решения,
решив систему

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 5$$

$$E = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1^0 = 2,8$$

$$x_2^0 = 0,8$$

$$\text{Найдем } \text{grad } E^0(2,8, 0,8) = (1 - 2,8, 1 - 0,8) = (-1,8, 1,2)$$

Найдем решение задачи с помощью симплексного
и целевой функции $E = -0,8x_1 + 1,2x_2 \rightarrow \max$

$$x_1^* = 0$$

$$x_2^* = 1,15$$

составим ур-е для перехода к новому решению

$$x_1^1 = x_1^0 + \lambda(x_1^* - x_1^0) =$$

$$x_2^1 = 0,8 + \lambda(1,15 - 0,8)$$

подставим в целевую функцию и найдем

$$E = -1,7\lambda^2 +$$

$$\frac{dE(\lambda)}{d\lambda} = -3,4\lambda = 0$$

$$x_1^1 = 0,765$$

$$E^1 = 2,02$$

$$|E^1 - E^0| = \Delta E = 0,5694$$

* *

0,2-а итерация

$$x_1^2 = 0,755$$

$$x_2^2 = 1,054$$

$$\text{grad } E = (1,0,2,0)$$

$$x_1^* = 1,0$$

$$x_2^* = 0,0$$

$$x_1^2 = 0,762$$

$$E^2 =$$

$$\Delta E$$

Ответ:

$$x_1^1 = x_1^0 + \lambda(x_1^0 - x_1^0) = 38 + \lambda(10 - 38)$$

$$x_2^1 = 0,8 + \lambda(1,25 - 0,8)$$

подставим x_1^1 и x_2^1 в экстремальную функцию и найдем

$$E = -1,7\lambda^2 + 2\lambda + 1,5$$

$$\frac{dE(\lambda)}{d\lambda} = -3,4\lambda + 2 = 0$$

$$\lambda = 0,5752$$

$$x_1^1 = 0,765 \quad x_2^1 = 1,059$$

$$E^1 = 2,029$$

$$|E^1 - E^0| = \Delta E = 0,0694$$

* * *

В 2-ю итерацию

$$x_1^{61} = 0,755$$

$$x_2^{61} = 1,054$$

$$\text{grad} E = (0,2; 0,9)$$

$$x_1^k = 1,8$$

$$x_2^k = 0,0$$

$$E = -0,6\lambda^2 + 2$$

$$\lambda = 0,0731$$

$$x_1^{62} = 0,769 \quad x_2^{62} = 1,051$$

$$E^{62} = 2,023$$

$$\Delta E = 0,0001$$

$$\text{Ответ: } (x_1, x_2) = (0,769; 1,051)$$

$$E^* = 2,023$$

Задача 519.

Итак 5. Возвращаем известными 5 единицы ресурса, т.е. 1-4 утратив 8-ю единицу.

S_4	$U_5^*(S_4)$	$E_5^*(S_4)$
0	0	0
100	100	500
200	200	700
300	300	950
400	400	800
500	500	850
600	600	900

Итак 4. Возвращаем 8-ю единицу 4

S_2	U_4	$Z(S_4)$	S_4	$E_5^*(S_4)$	$E_4(S_2)$	$U_4^*(S_2)$	$E_4^*(S_2)$
0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	100	500	500	0	500
	100	450	0	0	450	0	500
	0	0	200	700	700		
200	100	450	100	500	950	100	950
	200	600	0	0	600		
	0	0	300	950	750		
300	100	450	200	700	1150	100	1150
	200	600	100	500	1100		
	300	750	0	0	750		
	0	0	400	800	800		
400	100	450	300	700	1200	200	1200
	200	600	200	500	1300		
	300	750	100	400	1250		
	400	900	0	0	900		
	0	0	500	850	850		
500	100	450	400	800	1250		
	200	600	300	700	1350		
	300	750	200	600	1450		
	400	900	100	500	1400	300	1450
	500	950	0	0	950		
	0	0	600	900	900		
600	100	450	500	850	1300		
	200	600	400	800	1400	400	1600
	300	750	300	700	1500		
	400	900	200	600	1600		
	500	950	100	500	1450		
	600	1000	0	0	1000		

Итак 3. Возвращаем

S_2	U_3	$Z(S_3)$
0	0	0
100	0	0
	100	400
	0	0
200	100	400
	200	550
	0	0
300	100	400
	200	550
	300	700
	0	0
	100	400
400	200	550
	300	700
	400	850
	0	0
500	100	400
	200	550
	300	700
	400	850
	500	900
	600	1000

Упражнение 3. Матрица u_3 и E_3 .

S_2	u_3	$E_3(S_2)$	S_3	$E_3(S_3)$	$E_3(S_2)$	$u_3^+(S_2)$	$E_3^+(S_2)$
0	0	0	0	0	0	0	0
100	0 100	0 400	100 0	500 0	500 400	100	500
200	0 100 200	0 400 550	200 100 0	950 500 0	950 400 550	0	950
300	0 100 200 300	0 400 550 700	300 100 100 0	1350 950 500 0	1350 1350 1000 700	100	1350
400	0 100 200 300 400	0 400 550 700 850	400 300 200 100 0	1500 1150 950 500 0	1500 1550 1500 1200 850	100	1550
500	0 100 200 300 400 500	0 400 550 700 850 900	500 400 300 100 100 0	1650 1300 1150 950 500 0	1650 1700 1700 1650 1350 900	100	1700
600	0 100 200 300 400 500 600	0 400 550 700 850 900 1000	600 500 400 300 200 100 0	1800 1450 1300 1150 950 500 0	1800 1850 1650 1850 1800 1400 1000	100	1850

Задача 8.2.
2 вариант
 $\lambda = 5 \text{ авт/ч}$ $\bar{x} = 10 \text{ мин} = 0,167 \text{ ч}$

М/М/1 - FIFO

1) Основные характеристики.

$M = 6 \text{ авт/ч}$

$u = 0,833$ - к загрузки.

$p_0 = 0,167$ - вероятность простоя

$Q = 4,17$ (авт)

$S = 0,833$ (авт)

$K = 5$ (авт)

$m = 0,833$ (ч)

$r = 1$ (ч)

$j = 5$ авт/ч

2) Эффективность

$L = 6 \cdot 4 = 24$ (авт)

3) $V = 12 \cdot V \cdot T = 12 \cdot 5 \cdot 24 = 1440 \text{ \$}$
 $2 \text{ чел} = 481440 \cdot 24 = 965$

$E = V - 2 \text{ чел} = 2 \text{ чел} \cdot 1440 - 96 \cdot 200 = 1144$

II вариант

$\lambda = 5 \text{ авт/ч}$

$\bar{x} = 0,167$ (ч)

$M = 6 \text{ авт/ч}$

$E = 0$ - к вариации времени обслуживания

$V = 1$ - к вариации между поступлениями заявок.

$u = 0,833$

$p_0 = 0,167$ - в то простоя

$Q = 2,08$ (авт) - ср. число авт. в очереди.

Задача 529.

Сравниваем PA1 и PA2
по K_2 и K_3 лучше PA1, а по K_1, K_4, K_5 лучше PA2.
Ничего не используем.

PA1 и PA3
по K_2 и K_3 PA3 лучше PA1, по K_1, K_4 лучше PA1
по K_4 и K_5 одинаковы
Ничего не используем

PA1 и PA4
по всем критериям PA1 лучше \Rightarrow
исключаем PA4

PA2 и PA3
по K_3 одинаковы
по оставшимся критериям
PA2 лучше.

исключаем PA3.

Выбор: Ми-80 Старто {PA1, PA2}

Задача 530.

S1 и S2
по K_1, K_2, K_6 лучше S1
по K_4, K_5 лучше S1
по K_3 одинаковы
Ничего не используем.

S1 и S3
по K_1, K_2, K_4 одинаковы, по K_3, K_5 S3 лучше
по K_6 S1 лучше
Ничего не используем.

S1 и S4 по K_1, K_2, K_4 одинаковы, по K_3, K_5
S3 лучше по K_6 S1 лучше
Ничего не используем

S1 и S5 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
Ничего не используем

S1 и S6 по K_5 S1
по остальным

S3 и S3 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по остальным
Ничего не используем

S2 и S4 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S2 лучше
Ничего не используем

S2 и S5 по K_4, K_5
по остальным
Ничего не используем

S3 и S6 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S3 лучше

S3 и S4 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S3 лучше

S2 и S5 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S2 лучше

S8 и S6 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S8 лучше

S5 и S6 по K_1, K_2, K_3, K_4, K_5
по K_6 S5 лучше

Выбор: Ми-80 Старто {PA1, PA2}

S₁ и S₅ по к₁, к₆ S₁ лучше по к₃ одинаковот
по к₁, к₄, S₅ S₅ лучше
никого не уценил.

S₁ и S₆ по к₅ одинаковот, по к₂ лучше S₆
по оставшимся критериям S₁ лучше.

S₂ и S₃ по к₃, лучше S₃ по к₄ лучше S₂
по оставшимся и одинаковот
никого не уценил.

S₂ и S₄ по к₁, к₃ лучше S₃ по к₄, лучше S₂
по к₁, к₅ одинаковот.
никого не уценил.

S₂ и S₅ по к₄ одинаковот по к₆ лучше S₂
по оставшимся одинаковот. никого не
уценил.

S₂ и S₆ по к₃, одинаковот, по к₂ S₆ лучше, по к₁, к₅
к₆ S₂ лучше. никого не уценил.

S₃ и S₄ по к₆ S₃ лучше, по ост. одинаковот
уценил S₄

S₃ и S₅ по к₁, к₃, к₆ S₃ лучше по к₁, к₄, к₅ S₅ лучше
никого не уценил.

S₈ и S₆ по к₂ S₆ лучше по ост. одинаковот S₈ лучше
никого не уценил.

S₅ и S₆ по к₇ одинаковот по ост. одинаковот и
S₅ лучше. никого не уценил.

Результ: ни-во парам p, S₁, S₄, S₃, S₅, S₆

$S = 0,033$ (авт) на обсл.

$K = 7,9$ (авт) в системе

$\bar{w} = 0,417$ (ч) - время ожидания в очереди

$T = 0,583$ (ч) - время проб. в системе

$\rho = 5$

$E = V \cdot Z_{пр} = 1440 \cdot 0,00118110$

Вывод: при кол-ве автоматов $n = 10$ и $\lambda = 1,8$ очередь и время ожидания авто. поднимутся до неприемлемых значений.

Отно CMO т.е.

$\mu = \frac{1}{0,3}$ м

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 0,15$

② Основное

$\rho = 1 = 0,3$

$\rho_0 = 0,6$

$Q = 0,14$

$S = 0,512$

$K = 0,43$

$W = 1,46$

$T = 1,86$

$\delta = 0,23$

③ Емкость

$C = 4$

③ По табл. на стр. 8

$\rho_{ij} \leq 3$

$\rho_0 = 0,6$

$\rho_1 = \rho^2$

$\rho_2 = 0,3$

$\rho_3 = 0,3$

Отвеч: $\rho_{ij} \leq 3$

Задача 223.

это число типа M/M/1 - FIFO

$\mu = 0,5$ пасс/мин

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 0,15 + 0,1 = 0,25 \text{ пасс/мин}$$

③ Основные характеристики

$$\rho = \lambda / \mu = 0,512 \quad \text{к.т. загрузки}$$

$$p_0 = 0,688 \quad \text{в.то простое}$$

$$Q = 0,142 \text{ (пасс)} \quad \text{ср.число пасс. в очереди}$$

$$S = 0,512 \text{ (пасс)} \quad \text{ср.число машин}$$

$$k = 0,455 \text{ (пасс)} \quad \text{ср.число пасс. в сл.м.}$$

$$W \text{ (мин)} = 0,568 \text{ (мин)} \quad \text{ср.время отидаша}$$

$$T = 1,82 \text{ (мин)} \quad \text{ср.время пребывания в сл.м.}$$

$$\delta = 0,25 \text{ пасс/мин} \quad \text{пропускная способность}$$

④ Эффект накопления

$$L = 4 \cdot k = 4 \cdot 0,455 = 2 \text{ (пасс)}$$

⑤ В.то продвижения в классе 3-х пассажиров

$$P(j \leq 3) = \sum_{j=0}^3 p_j$$

$$p_0 = 0,688$$

$$p_1 = p^1 \cdot p_0 = 0,312 \cdot 0,688 = 0,214856$$

$$p_2 = 0,312^2 \cdot 0,688 = 0,0674$$

$$p_3 = 0,312^3 \cdot 0,688 = 0,04$$

$$\text{Ответ: } P(j \leq 3) = 0,989656$$

Задача 24.

$$\lambda_1 = 5 \text{ кг/с}$$

$$\lambda_2 = 2 \text{ кг/с}$$

$$\lambda_3 = 0,5 \text{ кг/с}$$

Задача 525.

М/М/1 - FIF0

$$\lambda = 3 \text{ (1/39/14)}$$

$$\bar{x} = 364) \quad \mu = 5 \text{ 1/39/14}$$

Основные характеристики:

К-т загрузки $\rho = 0,6$

П-то проста $\rho_0 = 0,0466$

Ср. время из очереди $\bar{q} = 0,354 \text{ (1/39)}$

Ср. время из системы $\bar{s} = 5 \text{ (1/39)}$

Ср. время из системы $\bar{x} = 3,354 \text{ (1/39)}$

Ср. время ожидания очереди $\bar{w} = 0,110 \text{ (1/39)}$

Ср. время пребывания в системе $\bar{T} = 1,24$

Пропускная способность $\bar{\mu} = 3,39 \text{ 1/39}$

Определим суммарную прибыль банка.

$$V = \bar{\mu} \cdot \bar{c} \cdot T = 3 \cdot 10 \cdot 24 = 720 (\$)$$

$$\bar{\mu} \text{ пров} = \bar{\mu} \text{ спрос } T = 9,35 \cdot 20$$

$$\bar{\mu} \text{ экв} = (5 \text{ пров} + (m - 5) \text{ экв}) \cdot T =$$

$$= 3 \cdot 40 + (5 - 3) \cdot 20 = 120 + 40 = 160$$

$$E = V - \bar{\mu} \text{ экв} = 720 - 160 = 560 (\$) \text{ в сутки}$$

Отв. суммарная прибыль = 560\$

Задача 5.28

MIN/m- FIFO

$\lambda = 17,5$ заявок/ч

$\mu = 10$ заявок/ч

$C_{обс} = 30$ \$/час

$C_{пер} = 8/ч$

н-м

загрузки

$$\rho = \frac{\lambda}{m} = \frac{17,5}{10} = 1,75$$

2) Ср. число заявок в очереди

$$\bar{q} = \frac{\rho(m\rho)^m}{m! \cdot (1-\rho)^2} \cdot 10$$

$m=2$ $\rho=0,875$ $\rho^0=0,0004$ $\bar{q}=3,76$

$m=3$ $\rho=0,583$ $\rho^0=0,156$ $\bar{q}=4,48$

$m=4$ $\rho=0,438$ $\rho^0=0,11$ $\bar{q}=3,89$

$m=5$ $\rho=0,35$ $\rho^0=0,11$ $\bar{q}=3,89$

3) Ср. число незагруженных автоматов

$$\bar{\varphi} = m(1-\rho)$$

$m=2$ $\bar{\varphi}=0,25$

$m=3$ $\bar{\varphi}=1,251$

$m=4$ $\bar{\varphi}=2,248$

$m=5$ $\bar{\varphi}=3,25$

4) Ср. потери за 1 ч.

$$L = C_{обс} \cdot \bar{q} + C_{пер} \cdot \bar{\varphi}$$

$m=2$ $L = 30 \cdot 3,76 + 6 \cdot 0,25 = 113,5$ \$/ч

$m=3$ $L = 30 \cdot 4,48 + 6 \cdot 1,251 = 134,5$ \$/ч

$m=4$ $L = 30 \cdot 3,89 + 6 \cdot 2,248 = 116,25$ \$/ч

$m=5$ $L = 30 \cdot 3,89 + 6 \cdot 3,25 = 116,25$ \$/ч

Выбор оптимального числа автоматов осуществляем $m=4$

Задача

$\lambda = 4$ рад/с.ч.м.

КА1 $\mu =$

$\bar{q} =$

$\bar{q} = 24 \cdot \text{мис}$

КА2 $\mu =$

$\bar{q} =$

$\bar{q} = 29$

КА3 $\mu =$

$\bar{q} =$

$\bar{q} =$

КА4 $\mu = 9$

$\bar{q} =$

$\bar{q} =$

Отвеч

мин

Задача 57.

$$\lambda = 4000 \text{ сутки} = 40000 \text{ стр/сутки} = 24,78 \text{ стр/млн}$$

$$\text{КА1} \quad \mu = 43200 \text{ стр/сутки} = 30 \text{ стр/млн}$$

$$\bar{k} = 12,5 \text{ стр}$$

$$Z = 24 \cdot \text{жел. затраты} + 80 \cdot \bar{k} = 24 \cdot 15 + 80 \cdot 12,5 = 1360 \$$$

$$\text{КА2} \quad \mu = 51840 \text{ стр/сутки} = 36 \text{ стр/млн}$$

$$\bar{k} = 3,38 \text{ стр}$$

$$Z = 24 \cdot 70 + 80 \cdot 3,38 = 490,4 \$$$

$$\text{КА3} \quad \mu = 42000 \text{ стр/сутки} = 50 \text{ стр/млн}$$

$$k = 1,25 \text{ стр}$$

*

$$Z = 24 \cdot 24 + 80 \cdot 1,25 = 676 \$ - \text{min}$$

$$\text{КА4} \quad \mu = 95040 \text{ стр/сутки} = 66 \text{ стр/млн}$$

$$\bar{k} = 0,727$$

$$Z = 24 \cdot 77 + 80 \cdot 0,727 = 706,16 \$$$

Ответ: это модель КА3.

Задача 278.

1) Критерий Вайсса

$$p_1 = 0,3 \quad p_2 = 0,2 \quad p_3 = 0,4 \quad p_4 = 0,1$$

Средние значения

$$Z_1 = 150 \cdot 0,3 + 150 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,4 + 150 \cdot 0,1 = 150$$

$$Z_2 = 100 \cdot 0,3 + 300 \cdot 0,2 + 300 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 300 = 240$$

$$Z_3 = 50 \cdot 0,3 + 250 \cdot 0,2 + 450 \cdot 0,4 + 0,4 = 290 - \max$$

$$Z_4 = 0 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,2 + 400 \cdot 0,4 + 600 \cdot 0,1 = 260$$

Опт. $Z_3 = X_3 = 30 \text{ тыс. ц/год.}$

2) Критерий Лапласа

Все в-ти событий одинаковы.

$$Z_1 = (150 + 150 + 150 + 150) / 4 = 150$$

$$Z_2 = (100 + 300 + 300 + 300) / 4 = 250$$

$$Z_3 = (50 + 250 + 450 + 450) / 4 = 300 > \max$$

$$Z_4 = (200 + 400 + 600) / 4 = 300$$

Лучшие решения Z_3 и Z_4 $X_3 = 30$ $X_4 = 30$ тыс. ц/год.

3) Критерий Вальса

$$Z_1 = \min(150, \dots, 150) = 150 - \max$$

$$Z_2 = \min(100, 300, 300, 300) = 100$$

$$Z_3 = \min(50, 250, 450, 450) = 50$$

$$Z_4 = \min(200, 400, 600) = 200$$

Лучшее решение Z_1 $X_1 = 10$ тыс. ц/год.

4) Критерий Седжита

Матрица рисков.

$$Z_1 = \max(10, 150, 300, 450) = 450$$

	$S_1 = 10$	$S_2 = 20$	$S_3 = 30$	$S_4 = 40$
$X_1 = 10$	0	150	300	450
$X_2 = 10$	100	0	150	300
$X_3 = 30$	100	50	0	150
$X_4 = 30$	150	100	50	0

$$Z_1 = \max 150,$$

$$Z_2 = \max 100,$$

$$Z_3 = \max 150$$

лучшее решение

5) Критерий

$$Z_1 = 0,5$$

$$Z_2 = 0,5$$

$$Z_3 = 0,5$$

$$Z_4 = 0,5$$

лучшее решение

$$Z_1 = \max(150, 0, 150, 300) = 300$$

$$Z_3 = \max(100, 50, 0, 150) = 150$$

$$Z_4 = \max(150, 100, 50, 0) = 150 \quad \rightarrow \min$$

выпуск продукции Z_3 и Z_4 $x_3 = 30$ $x_4 = 40$

max. изг./ед.

б) Априорный подход $\alpha = 0.5$

$$Z_1 = 0.5(150 + 150) = 150$$

$$Z_2 = 0.5(300 + 100) = 200$$

$$Z_3 = 0.5(150 + 50) = 150$$

$$Z_4 = 0.5(600 + 0) = 300 \quad \rightarrow \max$$

выпуск продукции Z_4 $x_4 = 40$ max. изг./ед.

итогов: оптимальное решение $(x_3, x_4) = (30, 40)$
max. изг./ед.