

## Цель работы

Экспериментальное и теоретическое определение параметров пассивного несимметричного четырехполусника.

## Основные теоретические положения

Четырехполусником называется электрическая цепь или часть цепи, сколь угодно сложной по своему составу и конфигурации, имеющая две пары зажимов. К одной паре зажимов (входной) присоединяется источник энергии, к другой пара (выходной) – потребитель, а могут быть обе пары или входные, или выходные (рис.14.1).

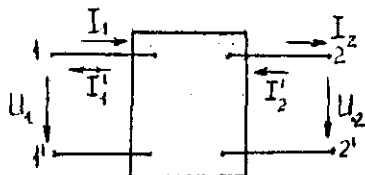


Рис. 14.1

Теория четырехполусника разработана обстоятельно. Она облегчает расчет цепей благодаря типизации уравнений, привлечению матричного исчисления, использованию таблиц для наиболее часто встречающихся видов четырехполусников.

Четырехполусники могут быть классифицированы по различным признакам: линейные, нелинейные, пассивные, активные, симметричные и несимметричные и т.д.

В работе исследуется линейный пассивный четырехполусник, т.е. такой, который не содержит в себе нелинейных элементов и источников энергии.

Электромагнитное состояние четырехполусника задается напряжением  $\dot{U}_1$ , током  $\dot{I}_1$  на входе, напряжением  $\dot{U}_2$ , током  $\dot{I}_2$  на выходе. Эти четыре величины взаимосвязаны, и для них могут быть записаны следующие шесть форм уравнений:

1. Форма  $Y$  :  $\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  выражаются в зависимости от  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ .

2. Форма  $Z$  :  $\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$ ,  $\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$ ,  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  выражаются в зависимости от  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ .

3. Форма  $A$  :  $\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2$ ,  $\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2$ ,  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  выражаются в зависимости от  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$ .

4. Форма  $B$  :  $\dot{I}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_1 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1$ ,  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$  выражаются в зависимости от  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$ .

5. Форма  $H$  :  $\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2$ ,  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_2$  выражаются в зависимости от  $\dot{I}_1$  и  $\dot{U}_2$ .

6. Форма  $F$  :  $\dot{I}_1 = F_{11}\dot{U}_1 + F_{12}\dot{I}_2$ ,  $\dot{U}_2 = F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2$ ,  $\dot{I}_1$  и  $\dot{U}_2$  выражаются в зависимости от  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_2$ .

На рис. 14.1 обозначены принятые положительные направления для токов и напряжений на выводах четырехполюсника. Вариант с токами  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  принято называть прямой передачей (уравнения по форме  $A$ ), вариант с токами  $\dot{I}_1'$  и  $\dot{I}_2'$  - обратной передачей (уравнения по форме  $B$ ). Используется вариант с токами  $\dot{I}_1'$  и  $\dot{I}_2'$  (уравнения по формам  $Y, Z, H, F$ ). Каждая система параметров полностью определяет четырехполюсник. Если в данной системе параметров хотя бы один из них равен бесконечности, то эта система параметров для рассматриваемого четырехполюсника не существует.

Размерность параметров видна из уравнений четырехполюсника в соответствующей форме. Применение той или иной формы уравнений определяется поставленной задачей и заданной схемой четырехполюсника.

Система уравнений в форме  $A$ -параметров

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \quad 14.1$$

$$\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2,$$

комплексные коэффициенты  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$  зависят от частоты и схемы соединения элементов четырехполюсника. Коэффициенты  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  - безразмерные величины,  $A_{12}$  имеет размерность сопротивления,  $A_{21}$  - проводимости.

Все линейные пассивные четырехполюсники обладают свойством обратимости, т.е.

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}.$$

Для обратимых четырехполюсников имеет место равенство

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \quad 14.2$$

Поэтому для обратимых четырехполюсников только три из четырех параметров  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$  являются независимыми; четвертый связан с остальным условием (14.2).

Для симметричных четырехполюсников

$$A_{11} = A_{22}. \quad 14.3$$

Параметры четырехполюсника находят различными способами.

1. Метод приравнивания коэффициентов. Составляется система уравнений по закону Кирхгофа, методом контурных токов, или узловых напряжений, которая затем приводится к одной из шести форм записи уравнений четырехполюсника, коэффициенты при токах и напряжениях приравниваются к параметрам соответствующих уравнений четырехполюсника.

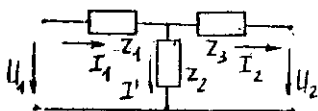


Рис. 14.2

ПРИМЕР. Определим А-параметры Т-образной схемы несимметричного четырехполюсника (рис. 14.2).

По I закону Кирхгофа  $I_1 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 =$

$$= \frac{\dot{U}_2 + Z_3 \dot{I}_2}{Z_2} + \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_2} \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) \dot{I}_2. \quad 14.4$$

По II закону Кирхгофа

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = \left[\frac{1}{Z_1} \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) \dot{I}_2\right] Z_1 + Z_3 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = \\ &= \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \dot{U}_2 + \left(Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}\right) \dot{I}_2. \end{aligned} \quad 14.5$$

Сравнивая уравнения (14.4) и (14.5) с уравнением (14.1), получим коэффициенты четырехполюсника

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1 + \frac{Z_1}{Z_2}; \quad A_{12} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \text{ [Ом]}; \\ A_{21} &= \frac{1}{Z_2} \text{ [См]}; \quad A_{22} = 1 + \frac{Z_3}{Z_2}. \end{aligned} \quad 14.6$$

Проверка коэффициентов:  $A_{11} \cdot A_{22} - A_{21} \cdot A_{12} =$

$$= \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) - \left(Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}\right) \frac{1}{Z_2} = 1.$$

Данный метод используется для определения параметров простейших четырехполюсников.

2. Метод холостого хода и короткого замыкания. Этот метод позволяет определять параметры как расчетным путем, так и экспериментально через токи и напряжения режима холостого хода и короткого замыкания или через входные сопротивления режима холостого хода и короткого замыкания.

2.1. Коэффициенты линейного четырехполюсника не зависят от величины токов и напряжений. Следовательно, их можно вычислить при напряжениях, равных нулю (режим к.з., закорочены зажимы), и при токах, равных нулю (режим х.х., зажимы разомкнуты).

Формулы для определения параметров этим способом получаются непосредственно из основных уравнений четырехполюсника (14.1). Если  $I_2 = 0$  (режим х.х. на зажимах 2-2'), уравнения (14.1) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1x} &= A_{11} \dot{U}_2, \quad \dot{I}_{1x} = A_{21} \dot{U}_2, \quad \text{откуда} \\ A_{11} &= \frac{\dot{U}_{1x}}{\dot{U}_2} \quad (14.7); \quad A_{21} = \frac{\dot{I}_{1x}}{\dot{U}_2}. \quad (14.8) \end{aligned}$$

В режиме короткого замыкания зажимов 2-2'  $\dot{U}_2 = 0$  и  $\dot{U}_{1k} = A_{12} \dot{I}_2$ ,  $\dot{I}_{1k} = A_{22} \dot{I}_2$ . тогда  $A_{12} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_2}$  (14.9),  $A_{22} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_2}$  (14.10).

В соотношения (I4.7), (I4.8), (I4.9), (I4.10) входят комплексные значения  $\dot{U}_{1K}, \dot{I}_{1K}, \dot{U}_{1K}, \dot{I}_{1K}, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ . При расчете параметров четырехполосника этим методом должны быть известны и модули, и фазы комплексных величин соответствующих токов и напряжений.

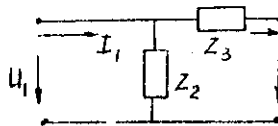


Рис. I4.3

ПРИМЕР. Определим параметры Г-образного четырехполосника (рис. I4.3) через токи и напряжения режимов х.х. и к.з. Если  $I_2 = 0$  (режим х.х.),

$$\dot{U}_{1K} = \dot{U}_2; A_{11} = \frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{U}_2} = 1;$$

$$\dot{I}_{1K} = \frac{\dot{U}_{1K}}{Z_2} = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}; A_{21} = \frac{\dot{I}_{1K}}{\dot{U}_2} = \frac{1}{Z_2}.$$

Если  $\dot{U}_2 = 0$  (режим к.з.),

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{1K}}{Z_3}; A_{12} = \frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_{1K} \cdot Z_3}{\dot{U}_{1K}} = Z_3;$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{1K} \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}; A_{22} = \frac{\dot{I}_{1K}}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_{1K} (Z_2 + Z_3)}{\dot{I}_{1K} Z_3} = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}.$$

2.2. Определение коэффициентов А-параметров через входные сопротивления четырехполосника в режимах холостого хода и короткого замыкания при питании с первичных и вторичных зажимов.

При питании с первичных зажимов  $Z_{1K} = \dot{U}_{1K} / \dot{I}_{1K}$  (I4.11) — входное сопротивление четырехполосника со стороны зажимов I-I' при замыкании зажимов 2-2',  $Z_{1X} = \dot{U}_{1K} / \dot{I}_{1K}$  (I4.12) — входное сопротивление четырехполосника со стороны зажимов I-I' при разомкнутых зажимах 2-2'.

Если источник питания подключить к зажимам 2-2', то  $Z_{2K} = \dot{U}_{2K} / \dot{I}_{2K}$  (I4.13) — входное сопротивление четырехполосника со стороны зажимов 2-2' при замкнутых зажимах I-I',  $Z_{2X} = \dot{U}_{2K} / \dot{I}_{2K}$  (I4.14) — входное сопротивление четырехполосника в режиме х.х. при питании со стороны вторичных зажимов.

По найденным комплексным сопротивлениям (I4.11) — (I4.14) определяются коэффициенты четырехполосника:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sqrt{\frac{Z_{1X}}{Z_{2X} - Z_{2K}}}; & A_{12} &= A_{11} \cdot Z_{2K}; \\ A_{21} &= \frac{A_{11}}{Z_{1X}}; & A_{22} &= \frac{Z_{2X}}{Z_{1X}} \cdot A_{11}. \end{aligned} \quad (I4.15)$$

В различных формах уравнений для дечного четырехполосника имеют место одни и те же значения  $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$  и  $\dot{U}'_1, \dot{I}'_1$ . Это позво-

ляет выразить одни параметры через любые другие. Например, при переходе от системы  $Y$ - параметров к системе  $Z$ - параметров уравнения (I4.I6)

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \quad (\text{I4.I6})$$

решаются относительно  $\dot{U}_1(I_1, I_2)$  и  $\dot{U}_2(I_1, I_2)$ :

$$\dot{U}_1 = \frac{Y_{22}}{\Delta_Y} \dot{I}_1 + \frac{-Y_{12}}{\Delta_Y} \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = \frac{-Y_{21}}{\Delta_Y} \dot{I}_1 + \frac{Y_{11}}{\Delta_Y} \dot{I}_2, \quad \text{т.е. параметры } Z \text{ получаются}$$

равными  $Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta_Y}$ ,  $Z_{12} = \frac{-Y_{12}}{\Delta_Y}$ ,  $Z_{21} = \frac{-Y_{21}}{\Delta_Y}$ ,  $Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta_Y}$ , где  $\Delta_Y =$

$$= Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}.$$

Подобным образом можно найти взаимную связь между любыми параметрами.

#### Домашнее задание

1. Вычислить коэффициенты  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$  четырехполюсника для заданного варианта (табл. I4.I, рис. I4.4) методом приравнивания коэффициентов и через токи напряжения режимов х.х. и к.з.

Проверить условие  $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$ .

2. Перейти от  $A$ -параметров к параметрам систем, указанных в варианте задания, рассчитать их.

Т а б л и ц а I4.I

Вариант	Рис. I4.4 схема	$R, \Gamma$	$r_1, \text{Ом}$	$r_2, \text{Ом}$	$C_1, \text{мкФ}$	$C_2, \text{мкФ}$	От $A$ -параметров перейти к параметрам	По эксперименту найти коэффициенты
I	а	100	7500	$\frac{1000}{160}$	0,5		$Y, H$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{22} \\ H_{11} & H_{22} \end{matrix}$
II	б	400	$\frac{4700}{750}$		0,5		$F, Z$	$\begin{matrix} F_{11} & F_{22} \\ Z_{11} & Z_{22} \end{matrix}$
III	в	300	$\frac{750}{750}$	$\frac{160}{750}$	0,5		$Z, Y$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{22} \\ Z_{11} & Z_{22} \end{matrix}$
IV	г	300	$\frac{4700}{750}$		0,5		$H, F$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{22} \\ F_{11} & F_{22} \end{matrix}$
V	д	300	1000		0,5	$\frac{1}{0,5}$	$Y, F$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{22} \\ F_{11} & F_{22} \end{matrix}$
VI	е	400	1000		0,5	$\frac{1}{0,5}$	$Z, H$	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{22} \\ H_{11} & H_{22} \end{matrix}$

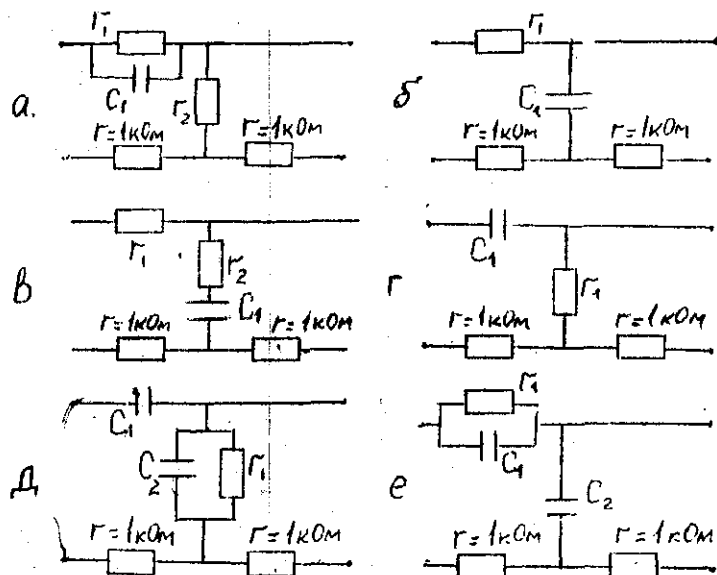


Рис. I4.4

#### Подготовка лабораторной установки к работе

Питание схемы производится от звукового генератора сигналов ГЗ-33. Измерение напряжений осуществляется вольтметром ВЗ-33. Сопротивления  $r=1\text{ кОм}$ , расположенные на панели макета и включенные на входе и выходе четырехполюсника, предназначены для определения напряжения на них, расчета тока на входных зажимах четырехполюсника и для измерения фазового сдвига между входным напряжением и током. Начальная фаза опорного напряжения  $U_1$  или  $U_2$  принята равной нулю.

Измерение сдвига по фазе между входными напряжениями  $U_1$  при питании со стороны первичных зажимов и  $U_2$  при питании со вторичных зажимов и соответственно токами  $I_1$  или  $I_2$  четырехполюсника осуществляется фазометром Ф2.

**Внимание!**

1. Чтобы не повредить стрелку фазометра, при отсутствии сигнала, переключатель рода работы поставить в положение "Калибр" или "Уст.0".

2. Если стрелка зашкаливает влево, то переключите тумблер в положение "Опережает" - "Отстает".

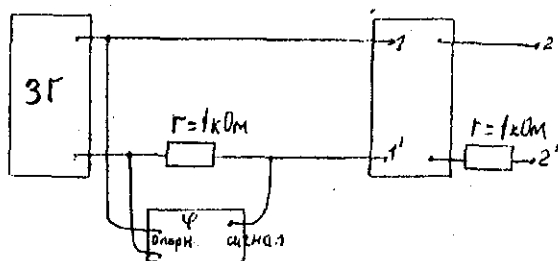


Рис. I4.5

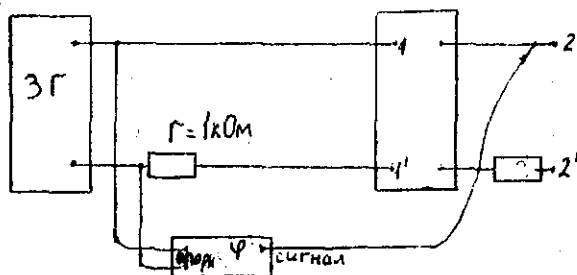


Рис. I4.6

#### Последовательность выполнения работы

I. Собрать цепь по схеме (рис. I4.5). На генераторе установить заданную частоту. На вход подать напряжение  $8 \pm 10$  В; провести опыты холостого хода и короткого замыкания при питании четырехполосника со стороны входных зажимов и со стороны выходных зажимов. В каждом опыте измерить напряжение на входе, на сопротивлении  $\Gamma$  и угол сдвига фазы между ними. Данные занести в табл. I4.2.

Таблица I4.2

$U_{1x}$	$U_{R1x}$	$I_{1x}$	$\varphi_{1x}$	$Z_{1x}$	$U_{1k}$	$U_{R1k}$	$I_{1k}$	$\varphi_{1k}$	$Z_{1k}$
$U_{2x}$	$U_{R2x}$	$I_{2x}$	$\varphi_{2x}$	$Z_{2x}$	$U_{2k}$	$U_{R2k}$	$I_{2k}$	$\varphi_{2k}$	$Z_{2k}$

2. По сопротивлению режима холостого хода и короткого замыкания рассчитать А-параметры, сравнить их с данными расчета домашнего задания.

3. На основе данных табл. I4.2 определить параметры систем уравнений согласно заданию (табл. I4.1).

4. Экспериментально по току и напряжению режима х.х. определить коэффициенты  $A_{11}$ ,  $A_{21}$ . Опыт провести по схеме рис. I4.6.

5. Снять и построить амплитудно-частотную и фазочастотную зависимости  $A_{11} = a \cdot e^{j\alpha} = \left( \frac{U_1}{U_2/I_2=0} \right)$  (коэффициент отношения напряжения при разомкнутых выходных зажимах). Напряжение на входе поддерживать постоянным 7-10 В, частоту изменять в пределах от 50 до 400 Гц. Результаты эксперимента (6-7 точек) занести в табл. I4.3.

Исходные данные

Т а б л и ц а I4.3

$f$	
$U_1$	
$U_2$	
$\alpha$	
$A = a \cdot e^{j\alpha}$	
$\ln \frac{U_1}{U_2} = \alpha$	

6. Построить качественно векторную диаграмму напряжений и токов исследуемой цепи.

#### Вопросы к лабораторной работе

1. Является ли исследуемый четырехполюсник обратным, симметричным? Почему?

2. Какие методы применяются для теоретического и экспериментального определения  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$ ?

3. Какова связь между параметрами различных форм уравнений?

4. Что относится к входным функциям четырехполюсника?

#### Л и т е р а т у р а

[1], с. 233-254. [9], с. 9-26. [10], с. 505-524.